REPÚBLICA ORIENTAL DEL URUGUAY

ANALES
DE
LA UNIVERSIDAD

Año III — Tomo VI

MONTEVIDEO
IMPRENTA ARTÍSTICA, DE DORNALECHE Y REYES
77 — Calle 18 de Julio — 79
1894

ANALES DE LA UNIVERSIDAD

AÑO III | MONTEVIDEO — 1894 | TOMO VI

Triangulación del Departamento de Montevideo

PROYECTO PRESENTADO Á LA FACULTAD DE MATEMÁTICAS

POR

ANTONIO R. BENVENUTO

PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO GEÓGRAFO

TEMA PROPUESTO

Proyectar una triangulación en el Departamento de Montevideo á fin de utilizarla para la construcción de la carta topográfica, acompañando planos.

Montevideo, Septiembre 19 de 1893.

Consideraciones preliminares

1. Al tratarse de la formación de la carta de un Estado, ó de una de sus divisiones políticas ó administrativas, no debería perderse de vista la posibilidad de creación del Catastro; un trabajo tan importante como el primero no debe dejar de satisfacer á las exigencias impuestas por el segundo.

No debemos olvidar que si sólo aspiramos á una representación gráfica, no se requiere mucha exactitud en la determinación de las coordenadas geográficas, y entonces no es el caso de pensar en una operación que pueda utilizarse á los fines del Catastro; bastaría obtener las posiciones geográficas directamente por medio de observaciones astronómicas para los puntos de 1.er orden. Así lo han hecho varios países americanos para conseguir sus cartas geográficas sin mucho gasto, y es indudable que cuando se tienen pocas exigencias respecto á la exactitud, dicho medio se presenta oportuno y económico, usando instrumentos de fácil y cómodo transporte (cronómetros y círculos meridianos). Suponiendo que con ellos pueda conseguirse *efectivamente* un error de $\pm$ $0^s,05 = 0'',75$ en longitud y de $0'',25$ en latitud, tendríamos un error de $\pm$ 20^m en longitud y de $\pm$ 8^m en latitud; es decir, la incerteza de la determinación del punto estaría representada por una elipse cuyo eje mayor sería 40^m y el menor 16^m. De manera que el error relativo sobre los lados de la triangulación cuyo largo medio supondremos de 50 kilómetros, sería de $\frac{40}{50000} = \frac{1}{1250}$ en longitud y de $\frac{16}{50000} = \frac{1}{3100}$ en latitud, lo que nos pondría en condiciones equiparables á las de una simple operación topográfica elemental. Esto basta para tener una idea de los errores posibles á que conduce el método astronómico cuando no es empleado en las condiciones más favorables á la exactitud.

Pero si nos proponemos formar la carta topográfica, siguiendo el ejemplo de muchos Estados europeos, deberemos entonces proceder al establecimiento de una red geodésica tal como lo demanda el estado actual de la ciencia; es decir, se impone la medida de los lados de la triangulación mediante una base.

2. La necesidad de las cartas topográficas es una consecuencia del vertiginoso progreso moderno en todos los ramos de la administración pública, que nos impone la resolución de vastos y variados problemas que se relacionan con las grandes obras públicas de nuestro siglo.

Si además de estas cosas tenemos presente que la principal

riqueza pública está representada por la propiedad territorial, fácil es comprender que una triangulación geodésica deberá satisfacer al objeto eminentemente trascendental del Catastro; y si reflexionamos que la garantía del derecho de propiedad es un problema que toda nación civilizada tiene el sagrado deber de solucionar eficazmente, se llega á la conclusión natural y lógica que el Catastro debe ser probatorio y por consiguiente parcelario.

La topografía moderna (celerimensura, taquimetría) es una ciencia, particularización de la ciencia geodésica; aplica á cada punto del terreno análogos procedimientos comprobatorios que la geodesia emplea para la determinación de las tres coordenadas de los vértices de sus triángulos, y por tanto es la más conveniente bajo todo concepto para conseguir la formación del Catastro parcelario jurídico-fiscal, ofreciendo además los elementos indispensables para la construcción de las cartas topográficas.

En las naciones europeas dichas cartas resultan muy exactas por estar la propiedad extremamente subdividida; término medio entran dos ó tres parcelas en cada hectárea.

En la República, el Departamento de Montevideo es el que está más subdividido, aunque de ninguna manera como en Europa; en el resto del país la propiedad abraza grandes áreas. De manera que el primero sólo merecería una carta topográfica y en los demás Departamentos basta únicamente conocer la configuración de cada propiedad, de los ríos, arroyos, caminos, etc., que los cruzan ó les sirven de límites. La medida parcelaria de la República es más importante que la construcción de su carta topográfica, porque la altimetría del terreno, si bien tiene en general influencia en el valor de la propiedad, en este país, esencialmente ganadero, es coeficiente casi nulo.

A fin de ir acumulando datos para la carta topográfica, al formarse el Catastro geométrico deberá medirse cada parcela tomando todos los elementos altimétricos conjuntamente con los planimétricos, al alcance del operador. Conseguiríamos así una suma no despreciable de datos en las proximidades de los límites recorridos, que irán aumentando y completándose con el transcurso del tiempo á medida que la propiedad vaya sub-

dividiéndose, ya sea á causa de las necesidades de nuestro creciente y rápido progreso, ya sea por efecto de la partición forzosa por herencia.

3. Y aquí ocurre observar que existe una razón muy plausible para adoptar el método celerimétrico.

La tercera coordenada de un punto del terreno se obtiene con suma facilidad usando los taquímetros - Cleps, sin que ello importe pérdida de tiempo ni operación especial para el topógrafo.

Una vez concluído el Catastro general del país, las operaciones ulteriores de subdivisión de terrenos las costearán los particulares. Si al llevarlas á cabo se impone al operador la obligación de tomar la tercera coordenada en los puntos que recorra para establecer las líneas, límites de las fracciones de tierra correspondientes á los nuevos propietarios, claro es que las oficinas catastrales utilizarán esos nuevos datos sin erogación para el erario público. — Y con esto vendría á realizarse lo que dice el eminente Porro; esto es: que la conservación del Catastro debe ser obra de los particulares, interesados en ello más que el Estado mismo. En Europa, el propietario contribuye indirectamente á su conservación, pero el sistema es tan defectuoso, que los derechos abonados no le benefician en lo más mínimo, puesto que no siendo probatorio, en general no puede utilizarlo legalmente para justificar que el título que tiene en sus manos se refiere á la parcela que posee, ó probar que tal límite de su propiedad es realmente el que le corresponde.

Queda, pues, sentado que la triangulación á proyectarse debe servir de base para la medida general parcelaria y altimétrica de todo el Departamento, y por lo tanto es necesario que satisfaga á ciertas condiciones de precisión que de antemano conviene establecer.

4. Por iniciativa del General Baeyer, insigne geodesta alemán, los Estados europeos han constituído una Asociación Geodésica Internacional, cuyo objeto es utilizar todos los trabajos

geodésicos, dándoles unidad, para determinar la forma y dimensiones más probables de la Tierra. Las triangulaciones de cada Estado deben responder á ciertas condiciones de exactitud, armonizando sus necesidades propias con dicho compromiso científico internacional. Examinadas las operaciones geodésicas efectuadas en varios países, se ha constatado que el error absoluto cometido en el largo medio de los lados (80 kilómetros) es de 1^m; ésta debe ser la tolerancia en las triangulaciones escalares.

Ordinariamente los lados de una triangulación de primer orden oscilan entre 40 y 50 kilómetros, y los de segundo resultan entre 20 y 30; los de tercero entran en el dominio de las triangulaciones topográficas. Oportunamente veremos que pueden extenderse éstas hasta lados de 20 á 25 kilómetros sin inconveniente ninguno; dato que conviene tener en cuenta cuando se quisiera emprender la triangulación de la República.

Así en la triangulación del Departamento deberíamos establecer 1^m de tolerancia en el largo de los lados; pero conviene reflexionar que la posición de los puntos de las redes poligonométricas, formadas con las poligonaciones topográficas de 1.° y 2.° orden, después de la compensación angular y lineal, generalmente sólo puede conseguirse con un error que oscila entre $\frac{1}{20000}$ y $\frac{1}{30000}$, siempre que los elementos de las poligonales se miden sobre el terreno con apreciación entre $\frac{1}{1500}$ y $\frac{1}{2000}$ en las distancias y entre 0°,015 y 0°,01 en los azimutes.

Atendiendo á esta circunstancia, la tolerancia en los lados de la red es lógico llevarla hasta 2 metros como máximum, lo que permitirá mayor rapidez y economía de trabajo y dinero.

Una red topográfica puede extenderse sobre un área de 2000 kilóm. cuadrados; es decir, dentro de una circunferencia geodésica de 25 km. de radio, todos los triángulos pueden considerarse como si estuvieran situados en un plano.

El área del Departamento de la Capital es de 530 km^2, y la red la estudiaremos como si fuera geodésica.

La operación se divide en dos partes distintas:

1.ª Establecimiento de la red de desarrollo de la base.

2.ª Establecimiento de la red principal que ha de cubrir todo el Departamento.

Fórmulas generales para el estudio de las redes de desarrollo de una base

5. Las fórmulas fundamentales que resuelven todas las cuestiones relativas á las redes de desarrollo de una base son las siguientes:

$$\frac{\mathrm{E}a_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{\mathrm{E}b_{n-1}}{b_{n-1}} = \frac{\partial c}{c} + n \operatorname{cotg} \frac{\mathrm{C}}{2} \partial \mathrm{C} \ldots . (1)$$

siendo

$$n = \frac{\log r}{0{,}418} \ldots . (a)$$

y

$$r = \frac{a_{n-1}}{c} \ldots . (b)$$

en las que: a_{n-1} indica el lado de la triangulación principal, $\frac{\mathrm{E}a_{n-1}}{a_{n-1}}$ su error relativo; $\frac{\partial c}{c}$ error relativo de la base c; n es el número de triángulos isósceles semejantes que ligan á la base c con el lado a_{n-1} de la triangulación, y r está suficientemente explicado por la (b).

Cuando r es tal que no resulte exactamente $\log r = k \times 0{,}418$, entonces n no es un número entero; en este caso deberá determinarse por medio de la función

$$z = n\left(4\ r^{\frac{2}{n}} - 1\right)^{\frac{1}{2}} \ldots . (c)$$

cuál de los dos valores enteros de n, entre los que está comprendido el valor obtenido por medio de la (a) poniendo en

ella para r el valor preestablecido $\frac{a_{n-1}}{c}$, responde al mínimo de z en la (c). Hecho esto, por medio de la fórmula

$$\operatorname{sen}\frac{C}{2}=\frac{1}{2}r^{-\frac{1}{n}} \quad \ldots .(2)$$

se calculará C, ángulo al vértice de los triángulos isósceles semejantes, sirviéndose del valor de n que corresponde al mínimo de z, según resulte de la (c).

Así habremos conseguido establecer el número n de triángulos isósceles semejantes que deben constituir la red típica de desarrollo, y habremos determinado el ángulo C al vértice que corresponde á dichos triángulos, para pasar de la base c al lado a_{n-1} de la triangulación con el máximo error temible Ea_{n-1}.

Para conocer el máximo error temible medio de dicha red, tenemos la fórmula

$$\frac{1}{n}\Sigma\frac{Ea_i}{a_i}=\frac{\partial c}{c}+\frac{1+n}{2}\operatorname{cotg}\frac{C}{2}\partial C \quad \ldots .(3)$$

en la que i varía desde 1 hasta n, número de los triángulos isósceles semejantes que constituyen la red de desarrollo.

Las fórmulas (1), (2) y (3) sirven para resolver todos los problemas que se relacionan con las redes de desarrollo de una base, porque dan relaciones entre las cantidades

$$\frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}},\ \frac{\partial c}{c},\ \partial C,\ r,\ C$$

de manera que tres de ellas pueden considerarse como funciones de las otras dos.

Fórmulas generales para estudiar el desarrollo de una red geodésica con el fin de utilizarla en la construcción de una carta geográfica.

6. Estas redes deben satisfacer á la condición de distribuir uniformemente los puntos, formando triángulos equiláteros. Para conseguir una dada aproximación en el valor de los lados ocurre examinar cómo conviene ligar sus puntos entre sí, atendiendo á circunstancias de economía de dinero y trabajo.

Si la red se compone de triángulos isósceles semejantes entre sí, tenemos

$$\frac{Ea_{n+p-1}}{a_{n+p-1}} = \frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}} + p \operatorname{cotg} \frac{C}{2} \partial C$$

en la que

$$p = \frac{-\log R}{\log\left(2 \operatorname{sen} \frac{C}{2}\right)} \qquad \text{y} \qquad R = \frac{a_{n+p-1}}{a_{n-1}}$$

El lado a_{n-1} es aquel á que hemos llegado desarrollando la base c con n triángulos; es decir, es el primer lado de la triangulación principal, y a_{n+p-1} es el lado de ésta al cual hemos llegado mediante p triángulos.

Si la red principal se compone de p triángulos equiláteros, proponiéndonos no cometer sobre el lado a_{n+p-1} un error temible mayor que e, tendremos la fórmula

$$p \gtreqless \frac{1}{3}\left(\frac{e}{a_{n-1}} - \frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{\partial C} \dots . \; (4)$$

Si queremos estar seguros de que el lado a_{n+p-1} no está afectado de un error temible mayor que e, deberemos medir una nueva base y desarrollarla, cada $2p$ triángulos equiláteros.

Error absoluto sobre los lados, debido al error medio de los ángulos

7. Queriendo que el error relativo de los lados de la red principal sea cuando más $\frac{1}{n}$ del largo de dichos lados, deberá ser

$$\pm \partial a < \frac{a}{n}$$

para un dado error medio angular $\pm \partial C$ propio del instrumento gonimétrico empleado. Advertiremos que el número de triángulos necesarios para cubrir una determinada extensión de terreno depende del largo medio de sus lados, y si en éstos nos proponemos obtener un determinado error, el largo de dichos lados dependerá también de la precisión del goniómetro empleado. La fórmula que da el error ∂a sobre un lado a en función del error medio angular $\pm \partial C$, es ésta

$$\partial a \leqq a.\ \partial C.\ \text{cotg } 15^{\circ} \leqq \frac{a}{n} \ldots . \ (5)$$

en el caso más desfavorable de $C = 30^{\circ}$.

Error total medio sobre los lados, procedente del error medio de la base y del error medio de los ángulos de la red principal.

8. Un error ∂c en la base c conduce sobre el lado a á un error $\partial c \times \frac{a}{c}$ independientemente de los errores angulares; si á éste le agregamos el error $\pm \partial a$ que se comete sobre un lado a á causa del error angular $\pm \partial C$, tendremos para el error total E_t sobre dicho lado a, la siguiente expresión:

$$E_t = \frac{\partial c}{c} \cdot a + a.\ \partial C.\ \text{cotg } \frac{C}{2} \leqq \frac{a}{n} \ldots . \ (6)$$

Debe advertirse que en las fórmulas (5) y (6), n tiene diferente significado que en las fórmulas precedentes (1), (2), (3) y (4).

Redes para desarrollar una base

9. *Consideraciones generales.* — Al proponernos desarrollar una base fijaremos nuestra atención sobre dos métodos: el de Bessel y el de Giletta.

El primero se ha usado hasta ahora en todos los trabajos clásicos de geodesia; el segundo data desde unos quince años, según nuestras noticias. En este estudio seguiremos el método de Giletta porque tiene ventajas notables sobre el de Bessel, sobre todo para determinar la ubicación de la base.

Cuando están dados dos puntos de primer orden, el método Bessel no deja mucha libertad para la elección del terreno adecuado; el operador no puede alejarse mucho de una zona bastante limitada, donde forzosamente ha de situar la base dado el caso de extender la red de desarrollo directamente sobre el lado de la triangulación principal, y éste es el caso que ordinariamente se procura realizar por requerir menos trabajo y economía de tiempo y gastos. Consistiendo el método de Bessel en un desarrollo por medio de triángulos isósceles simétricos, pero no semejantes, la base ha de situarse próximamente paralela ó perpendicular al lado de llegada según el número de triángulos que constituyen la red. — A veces lo accidentado del terreno obliga al desarrollo por medio de un lado auxiliar como el Cerrito — A y los análogos, según lo indica la fig. 1; en este caso 12 serían las ubicaciones posibles de la base, pero tienen el inconveniente de alejarse mucho unas de otras en cada grupo, obligan al examen de una gran zona de terreno y aumentan el número de triángulos de la red; con lo que se introducen causas de menor exactitud y mayor suma de trabajo.

El método Giletta consiste en constituir una red compuesta de triángulos isósceles semejantes, como lo demuestra la fig. 2; ofrece un gran número de ubicaciones de la base, permite pro-

ceder con normas fijas, es más económico, menos trabajoso y al mismo tiempo más exacto que el de Bessel, como tendremos oportunidad de demostrarlo en el curso de este estudio.

Como es natural, en la práctica no podrán verificarse exactamente las indicaciones de la teoría, — cosa que siempre se verifica al aplicar cualquier método; pero es indudable que hay mayores probabilidades de acercarse á las soluciones teóricas cuando éstas se presentan en gran número, igualmente exactas. Se demuestra que apartándose dentro de ciertos límites, se consiguen resultados que difieren poquísimo de los que se obtendrían si fuera posible realizar exactamente un desarrollo teórico según el método Giletta. Toda red típica que ha de servir al desarrollo de una base puede constituirse con triángulos isósceles semejantes, cuyos ángulos al vértice estén comprendidos entre 20 y 35 grados, puesto que 20° es el límite del valor teórico mínimo de los ángulos al vértice de la red típica partiendo del concepto del error temible, y 35° es el valor teórico que corresponde partiendo del concepto del error medio. No es, pues, permitido apartarse de estos límites. Con este método sólo debemos determinar el ángulo al vértice de los triángulos isósceles semejantes que han de componer la red, y ésto se consigue en función de ciertos elementos que dependen de la precisión de los instrumentos de medida de que disponemos y de la tolerancia admitida en el lado de llegada (primer lado de la red principal).

La red á establecerse en el Departamento de Montevideo ha de arrancar del lado que une al Cerro con el Cerrito, dos puntos indicadísimos, cuya distancia es de 8500 metros próximamente; por consiguiente, los lados de los triángulos oscilarán entre 8000 y 10000 metros, llegándose con estos largos á los límites del Departamento con un máximo de 6 triángulos. Tenemos, además, otra razón para la elección de estos puntos, y es que la posición geográfica del Cerro ha sido calculada por Mouchez con mucha exactitud.

Los instrumentos que se emplearán y la tolerancia establecida exigen sólo la medida de una base; no obstante, será conveniente medir otra de control en uno de los extremos de la red.

Instrumentos de medida

10. La aplicación de las fórmulas que sirven para el estudio de la red principal y de la de desarrollo de una base, se funda sobre el hecho práctico de la precisión de los medios de medida que ordinariamente conviene emplear, satisfaciendo á ciertas condiciones y circunstancias que no es el caso de enumerar aquí. Es elemental que la exactitud aumenta con la precisión; con el adelanto de los métodos de medida, la ciencia ha exigido de la industria gonímetros y longímetros de mayor perfección, y bajo este concepto los instrumentos modernos construídos en las fábricas acreditadas nada dejan que desear. Fijemos nuestra atención sobre los mejores que se producen en la actualidad.

Como gonímetro tipo para una triangulación topográfica tomaremos el azimutal topográfico centesimal de Salmoiraghi, cuya apreciación garantida en cada microscopio es de 0?,002; haciendo la doble lectura, su error será $\frac{0?,002}{\sqrt{2}}$, y en una observación completa con el método de Bessel ofrecerá $\frac{0?,002}{\sqrt{4}} =$ 0?,001. Haciendo 3 reiteraciones, conseguiremos el valor del ángulo con un error de $\pm \frac{0?,001}{\sqrt{3}} =$ 0?,00058, equivalentes á 1",9 sexagesimales (1).

Otro instrumento del mismo fabricante que puede utilizarse, aunque no conviene, es el Cleps, modelo grande; leyendo con los dos microscopios de 5 hilos cada uno, el ángulo se obtiene con un error de 0?,002, y con una observación completa 0?,0014. Para conseguir la aproximación de 0?,0006 que da

(1) He adoptado el signo ? para indicar los grados centesimales; es análogo al que sirve para designar los grados sexagesimales y su escritura resulta más fácil, rápida y clara que la *g* usada generalmente.

el azimutal con 3 reiteraciones, deberán hacerse con éste 5. Como se ve, su uso para este objeto resulta trabajoso por el mayor número de reiteraciones y sobre todo por las muchas lecturas (20 en cada observación completa).

11. Como longímetro tipo tomaremos el aparato de Porro, adaptado á las medidas de bases topográficas y valiéndonos del plesiotelescopio del prof. Jadanza de la Universidad de Turín para la lectura de las graduaciones de las reglas y fijación de los extremos de la base ó de un punto cualquiera de ella en el terreno, cuando por una cierta circunstancia hubiera de interrumpirse la operación.

Un aparato menos preciso y de uso más corriente que el precedente es el de lengüetas, construído por el ya citado Salmoiraghi de Milán. Con él se llega con toda seguridad á la precisión de $\frac{1}{50000}$, efectuando dos veces la operación de medida de la base. Se compone de una regla munida en uno de sus extremos de una lengüeta corrediza de acero de 20 centímetros de largo, con la que se aprecia un décimo de milímetro mediante una escala graduada. Los efectos de la temperatura para un salto de 10° producen sobre ella una dilatación de $\frac{1}{50}$ de milímetro apenas.

El largo indicado por la regla ha sido establecido á la temperatura media de 15°, y para un aumento ó disminución de ésta en la época de la medida se acepta como coeficiente de dilatación el deducido por Kater y Struve para el abeto, que es 0,0000042. La madera de las reglas es pino americano, bien seca y oportunamente preparada para poder contar sobre la insensibilidad á las variaciones de temperatura y de estado higrométrico durante el tiempo que dura una operación de medida.

12. El error de cierre de los triángulos geodésicos usando azimutales con apreciación de 1" á 2" en la lectura directa con cada microscopio, es de 2" término medio.

Con los gonímetros indicados, para una triangulación topográfica se conseguirán 4"-5", teniendo presente que los errores que con ellos se comete son un máximo; luego la incerteza

máxima en cada ángulo de los triángulos será de $\pm$ 1'',5. Con los longímetros descritos será fácil conseguir en las bases topográficas, entre 200 y 600 metros, un error absoluto máximo de $\pm$ $0^m,01$.

Valiéndonos de los instrumentos tipos destinados para las medidas en las triangulaciones topográficas hemos logrado establecer estos dos datos generales importantísimos, que consideramos como máximos: 1.° error medio de cierre de los triángulos $\pm$ 4'',5; 2.° error medio absoluto en la medida de las bases $\pm$ $0^m,01$.

Largo de los lados de la red principal

13. La determinación del largo conveniente de una base depende, además de la precisión de los longímetros para medirla y de los gonímetros empleados para observar los ángulos de la red, del largo de los lados de la triangulación principal.

Examinaremos, por lo tanto, este punto, dando por sentado por el momento que el largo medio de una base sea conocido; lo supondremos de 500 metros.

Esta cuestión es relativa y depende directamente: 1.° de la apreciación del goniómetro; 2.° del error medio de la base y 3.° del error absoluto que no se quiere superar en el valor de los lados de la red, y que fijaremos en 1 metro para ponernos en las mejores condiciones de exactitud. Recordaremos que una red topográfica (ó geodésica) destinada al levantamiento de una carta y á los fines del Catastro, debe componerse de triángulos equiláteros y que no siempre en la práctica es posible satisfacer convenientemente á esta condición, en cuyo caso no es permitido hacer uso de ángulos inferiores á 30 grados ó mayores de 120°, que son los límites establecidos por la Comisión Internacional para la medida de los grados en Europa. Sin embargo, en los triángulos topográficos de orden inferior (2 kilóm. de lado para la determinación de los puntos de detalle) se puede tolerar un mínimo de 18° y un máximo de 162°.

14. Para resolver el problema que tratamos, nos valdremos de la fórmula (6), pág. 15, esto es :

$$E_t = \frac{\partial c}{c}\, a + a\, \partial C.\ \mathrm{cotg}\ \frac{C}{2} \leqq \frac{a}{n}$$

teniendo presente los datos numéricos establecidos en éste y en el número precedente; es decir, pondremos

$$\partial c = 0^m{,}01 \qquad \frac{C}{2} = 15^o, \text{ caso más desfavorable}$$

$$\partial C = 1'',5 \qquad c = 500^m.$$

Sustituyendo tendremos

$$E_t = \frac{0{,}01}{500} .\, a + a.\, \frac{1'',5}{R''}\ \mathrm{cotg}\ 15^o \leqq \frac{1}{n} .\, a$$

$$\frac{0.01}{500} = 0{,}00002$$

$$\begin{aligned} \log 1'',5 &= 0.176091 \\ \log \mathrm{ctg}\ 15^o &= 0.571948 \\ \mathrm{colog}\ 206265 &= \overline{6}.685575 \\ &\ \overline{5}.433614 \end{aligned}$$

$$\frac{1{,}5.\ \mathrm{cotg}\ 15^o}{206265} = 0{,}00002714$$

$$\frac{0.01}{500} = 0{,}00002$$

$$\log\ 0{,}00004714 = \\ = \overline{5}.673390$$

$$\mathrm{colog} \ldots. = 4.326610 \ldots. 21210$$

Por consiguiente,

$$E_t \leqq \frac{1}{21210} .\, a$$

y para estar seguros de no cometer un error absoluto total mayor que 1^m en el valor de los lados, será necesario que

$$\frac{1}{21210} \cdot a < 1^m, \text{ es decir, } a \leqq 21210^m$$

y por consiguiente, los lados de la red principal oscilarán alrededor de 20 kilómetros en los casos más desfavorables.

15. Se demuestra que toda triangulación que se halle dentro de una circunferencia geodésica de 25 kilómetros de radio puede considerarse como si estuviera situada en un plano: estamos, por lo tanto, en el dominio de la topografía y queda también demostrado que usando los instrumentos tipos indicados pueden emplearse lados de 20 kilómetros de largo. Los triángulos de 3.er orden de una red geodésica cuyos lados de 1.er orden oscilan entre 40 y 50 kilómetros, están comprendidos en la geodesia plana.

Hay razones de índole práctica que aconsejan la adopción de lados más cortos, y son: 1.° las fórmulas más sencillas para deducir las coordenadas geográficas, las geodésicas polares ó las rectangulares, con errores inferiores á un centésimo de segundo de arco (0^m30), corresponden á lados de 10 á 12 kilómetros de largo y ofrecen facilidad y rapidez en el cálculo numérico; — 2.° á medida que crecen las distancias aumenta el trabajo sobre el terreno, sobre todo en la medida angular, para conseguir una determinada exactitud; — 3.° el objeto de una red topográfica es fijar muchos puntos del terreno para arrancar desde ellos las operaciones de detalle, y por tanto débese limitar convenientemente el largo de sus lados.

Para conseguir mayor exactitud en las coordenadas geográficas, debe cubrirse una dada extensión de terreno con el menor número posible de triángulos, lo que aumenta el largo de sus lados. En las operaciones de alta geodesia que tienen fin científico, el máximum de exactitud es necesario, y no debe omitirse sacrificio de tiempo, dinero y trabajo para obtenerla.

Para el levantamiento de una carta geográfica ó topográfica somos de opinión que deben emplearse medios en armonía con el fin que se persigue, y sustraernos á la monomanía del milimetrismo; porque en efecto ¿qué utilidad práctica puede re-

portar el conocer la distancia de 10 kilóm. entre dos puntos con una incerteza de dos, cinco ó diez centímetros? Esta exactitud que puede llamarse teórica, nosotros la consideramos excesiva, no tiene importancia práctica y no compensa el mayor trabajo que cuesta conseguirla. Lo esencial y de verdadera utilidad en los casos concretos, es estar seguros de que los resultados no estarán afectados de errores superiores á una cierta tolerancia que se determina de conformidad con los medios instrumentales que estén en armonía con el mínimum de trabajo, de tiempo y de dinero. — En consecuencia, prácticamente y en los casos ordinarios, los lados de una red topográfica de 1.er orden no deberán superar los 10-12 kilómetros; como mínimo, por razones fáciles de comprender, conviene mantenerse al rededor de 5 kilómetros. — En cuanto á las de orden inferior, diremos que el General Baeyer en las operaciones catastrales del Principado de Schwarzburg-Sonderhausen, llevó la triangulación hasta obtener 1 punto cada 4 hectáreas, lo que implicaría triángulos cuyos lados tenían un largo medio de 300 metros.

El método moderno de Porro, en los países europeos en que la propiedad está muy subdividida (3 parcelas para cada hectárea), no requiere, término medio, más de 6 puntos para cada 1000 hectáreas; es decir, un largo medio de 1600 metros en los lados de los triángulos de los puntos de detalle (un punto cada 170 hectáreas).

Largo de la base

16. Después de las conclusiones á que hemos llegado respecto al largo de los lados, podemos investigar el que ordinariamente debe tener la base. La misma fórmula (6), pág. 15, nos guiará en esta cuestión.

$$E_t = \frac{\partial c}{c} \cdot a + a . \partial C . \operatorname{cotg} \frac{C}{2},$$

de donde

$$\frac{\partial c}{c} \cdot a = E_t - a.\,\partial C.\,\text{cotg}\,\frac{C}{2}$$

Suponemos se nos exija que el error total en los lados de la red no sea superior á 1^m; recordemos además los datos establecidos anteriormente, esto es, $c = 0^m, 01$; $a = 12000^m$; $\partial C = 1'',5$; $C = 30°$, y tendremos

$$\frac{0.01}{c} \cdot 12000 \leqq 1^m - \frac{1''.5}{206265} \cdot 12000.\ \text{cotg}\ 15°$$

$$\leqq 1^m - 0,^m3257 = 0,6743$$

y por tanto

$$c \geqq \frac{0.01 \times 12000}{0.6743} = 178^m.$$

Es decir, empleando el azimutal tipo con el número de reiteraciones necesarias para tener 1'',5 en cada ángulo, bastaría una base de 180 á 200 metros; lo que importa un error medio en su medida de $\frac{1}{20000}$ próximamente.

Si reflexionamos que el longímetro nos da corrientemente $\frac{1}{30000}$, que afinando la medida y repitiéndola 3, 4 ó más veces no es difícil llegar á la precisión de $\frac{1}{50000}$, podemos y debemos aprovechar esta circunstancia para modificar numéricamente uno de los términos de la fórmula, buscando economizar trabajo sobre el terreno, y armonizar la precisión de la medida angular con la lineal.

El segundo término de 2.° miembro contiene á ∂C, error medio de cada ángulo de la red; aumentando su valor tendremos la ventaja de reducir el número de reiteraciones. Bien es cierto que aumentará también el valor de la base, pero éste no es un inconveniente, porque prácticamente es preferible dedicar algún mayor tiempo y cuidado en la medida de ésta, que verse obligados á perseguir una elevada exactitud en un número grande de ángulos para llenar la deficiencia de la única medida lineal que siempre debe llevarse á cabo. — Se

consiguen así dos fines: 1.° economía de tiempo y trabajo en la medida angular; 2.° armonizar ésta con la de la base, como tendremos oportunidad de verificarlo.

Recordaremos que el azimutal que hemos tomado como tipo da teóricamente 0°,001 en la lectura de los círculos después de una observación completa con el método de Bessel; para asegurar dicha exactitud en la medida práctica, es necesario hacer 3 reiteraciones por lo menos.

Poniendo $\partial C = 0°,001 = 3'',25$, tendremos

$$\frac{0.01}{c} \times 12000 \leqq 1^{m} - \frac{3.25}{206265} \cdot 12000. \text{ cotg. } 15°,$$

de donde

$$c \geqq \frac{0.01 \times 12000}{0.2943} = 407^{m}$$

Es decir, la base $\geqq 410^{m}$. Y en efecto las bases usadas ordinariamente tienen de 200 á 600 metros.

Aplicando el método Porro-Villani, las bases tienen alrededor de 200^{m}, y se llega sobre lados de 5 á 8 kilómetros. Los resultados dan una incerteza entre $\frac{1}{18500}$ y $\frac{1}{33000}$ del largo de los lados mismos.

17. En resumen, tenemos los siguientes datos generales:

Instrumentos
- longímetros — precisión $\frac{1}{40000}$
- gonímetros — íd...... $\frac{0°,002}{\sqrt{4}} = 0°,001 = 3,''25$

Largo de
- las bases — de 200 á 600 metros
- los lados — de 5 á 12 kilómetros

Tolerancia en el largo
- de las bases................ $\pm 0^{m}01$
- de los lados de llegada (primero de la red principal)........ $\pm 1^{m}00$

De éstos, unos debemos considerarlos como constantes (apreciación del longímetro, gonímetro y error absoluto de la base); otros variables, según los casos particulares que ocurrirán resolver (largo de las bases, de los lados y error absoluto tolerado en éstos).

Estudio de la red de desarrollo de la base

18. El examen de la fórmula (4), pág. 14, es decir,

$$3\ p.\ \partial C.\ a_{n-1} = (e - Ea_{n-1}).\ \sqrt{3}$$

nos advierte que para llegar sobre un lado a_{n+p-1} de la red principal con un error temible no mayor que e, arrancando del lado de llegada a_{n-1} de la red de desarrollo de la base, es forzoso establecer para éste una tolerancia compatible con los medios de medida de que disponemos, reduciéndola lo más posiblemente. Así estaremos en condiciones de determinar el valor de e, error temible máximo sobre el lado a_{n+p-1} de la red principal.

La fórmula (1), pág 12,

$$\frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{\partial c}{c} + n \operatorname{cotg} \frac{C}{2} \cdot \partial C$$

que sirve para hallar el máximo error temible Ea_{n-1} del primer lado a_{n-1} de la red principal, nos pone de manifiesto que el término $\frac{\partial c}{c}$ es relativamente pequeño respecto á los otros que entran á constituir el valor del máximo error temible sobre el lado de llegada; que el término que más influye en el valor de Ea_{n-1} es ∂C, porque para variaciones que dentro de ciertos límites experimenta el largo c de la base, n no cambia y C sufre pequeñas alteraciones; todo lo que puede constatarse fácilmente por medio de las fórmulas (a), (b), (c), pág. 11, y (2) pág. 13, haciendo una aplicación numérica.

Por consiguiente, á lo que más debe atenderse es á reducir el valor de ∂C, á fin de que Ea_{n-1} sea lo más pequeño posible para determinado valor de a_{n-1}, largo del lado de llegada de la red de desarrollo. Se impone, por lo tanto, utilizar toda la potencia del goniómetro para llegar al máximum de exactitud en la medida de los ángulos de la ya expresada red de desarrollo de la base.

Con el azimutal centesimal que hemos indicado, dijimos que se conseguía una aproximación de 1'',5 en cada ángulo. En efecto, su error medio es $m = \frac{6''50}{\sqrt{2}} = 4''58$, y para medir los ángulos con un error probable de 1'',5 es necesario que el error medio de ellos sea $m_1 = \frac{1'',5}{0,674489} = 2,276$, y se necesitarán $n = \frac{m^2}{m_1^2}$ $= \frac{(4,58)^2}{(2,276)^2} = 4,25$, es decir, 5 observaciones. En cuanto al longímetro, como ya lo hemos hecho comprender al hablar de la influencia del término $\frac{\partial c}{c}$ sobre el valor de Ea_{n-1}, basta dé el largo de la base con la aproximación de $\frac{1}{50000}$.

No tenemos datos para entrar á inmediata determinación de Ea_{n-1}, y por consiguiente de e, máximo error temible de un lado a_{n+p-1} de la red principal. Sólo nos será dado efectuar dicha determinación cuando hayamos establecido el número de triángulos isósceles semejantes que compondrán la red de desarrollo de la base y el ángulo al vértice común á todos ellos, como se comprende á primera vista examinando la fórmula que da su expresión. Pero desde luego sabemos, y esto es lo que importa, que el valor de Ea_{n-1} cuando se conozcan los elementos necesarios, será el máximo, de acuerdo con la precisión de los instrumentos que poseemos y teniendo en cuenta la mayor economía de tiempo y trabajo en las operaciones sobre el terreno.

Entremos ahora al estudio de la red de desarrollo.

Recordemos los datos para la aplicación numérica de las fórmulas (1), (a), (b), (2) y (3), págs. 12 y 13.

Hemos establecido el largo de la base entre 200 y 600 metros; pondremos $c = 500^m$. El largo del lado Cerro-Cerrito es 8500^m próximamente; error absoluto en el largo de la base $0,^m01$, y por tanto $\frac{\partial c}{c} = \frac{1}{50000}$; — error probable de la medida angular $\pm$ 1",5.

Los valores que hallaremos responden todos al mínimo.

Determinación del número de triángulos que deben componer la red

19. Datos — Fórmulas

$$a_{n-1} = 8500^m \qquad c = 500^m$$

$$r = \frac{a_{n-1}}{c}$$

$$n = \frac{\log r}{0,418}$$

$$z = n\left(4r^{\frac{2}{n}} - 1\right)^{\frac{1}{2}}$$

Tendremos

$$r = \frac{8500}{500} = 17$$

$$n = \frac{\log 17}{0.418} = \frac{1,23045}{0,418} = 2,944$$

No siendo n un número entero, es el caso de averiguar cuál de los dos valores enteros inmediatamente superior é inferior á 2,944 responde al valor mínimo de la función

$$z = n\left(4r^{\frac{2}{n}} - 1\right)^{\frac{1}{2}}$$

Para $n = 2$, será $z_2 = 2,944 \times \sqrt{4 \times 17 - 1} = 24,098$

» $n = 3$, será $z_3 = 2,944 \times \sqrt{4 \times 17^{\frac{2}{3}} - 1} = 14,852.$

Resulta, pues, $x_3 < x_2$, es decir x_3 representa al mínimo buscado, al que corresponde $n = 3$. Luego el caso más favorable es el de una red de desarrollo compuesta de 3 triángulos isósceles semejantes.

Determinación del ángulo al vértice de los triángulos

20. Valiéndonos de la fórmula

$$\operatorname{sen}\frac{C}{2} = \frac{1}{2}\, r^{-\frac{1}{n}}$$

tendremos

$$\operatorname{sen}\frac{C}{2} = \frac{1}{2} \times 17^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{17^{\frac{1}{3}}}\text{, de donde}$$

$$\frac{C}{2} = 11^\circ 12' 47'',5$$

$$C = 22^\circ 25' 35''$$

y los otros dos ángulos serán de 78°47'12",5 cada uno.

Se llega á la siguiente conclusión: para pasar de la base $c = 500^m$ al primer lado $a_{n-1} = 17 \times 500 = 8500^m$, Cerro-Cerrito, con el mínimo error temible, la red típica de desarrollo se compondrá de 3 triángulos isósceles semejantes, cuyo ángulo al vértice es de 22°25'35".

Podríamos en seguida hallar el número de ubicaciones que puede tener la base; pero es mejor ocuparnos de otras investigaciones, y trataremos dicho punto en último término.

Máximo error temible absoluto que produce el desarrollo de la red sobre el lado de llegada Cerro-Cerrito

21. Esta determinación se obtiene con la fórmula

$$\frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{\partial c}{c} + n \text{ cotg } \frac{C}{2} . \partial C$$

Sustituyendo los valores, será

$$Ea_{n-1} = \frac{8500}{50000} + 3. \text{ cotg. } 11^{\circ}\ 12'\ 48'', 5.\ \frac{1,''\ 5}{206265} \times 8500$$

$$\frac{8500}{50000} \dots\dots\dots = 017$$

$$3. \text{ cotg. } 11^{\circ}\ 12'\ 48'', 5.\ \frac{1.''\ 5}{206265} \times 8500 = \frac{0.93}{1,10}$$

$$Ea_{n-1} = 1^{m}\ 10$$

Es decir, el máximo error temible sobre el lado Cerro-Cerrito es de 1^{m} 10, empleando una base de 500^{m}, una red de desarrollo compuesta de 3 triángulos isósceles semejantes cuyo ángulo al vértice es de 22° 26' próximamente, y los instrumentos indicados.

Determinación del medio error temible en los lados de la red de desarrollo

22. Se obtiene por medio de la fórmula

$$\frac{1}{n} \sum_{i} \frac{Ea_i}{a_i} = \frac{\partial c}{c} + \frac{1+n}{2} \text{ cotg. } \frac{C}{2} . \partial C$$

en la que deberá ponerse sucesivamente $i = 1, 2, 3, \dots n$.

Siendo en nuestro caso $n = 3$, tendremos

$$\frac{1}{3} \sum_3 \frac{\mathrm{E}a_3}{a_3} + \frac{\partial c}{c} = 2 \text{ cotg. } \frac{C}{2} . \partial C$$

El primer miembro suele indicarse por brevedad con M''. Para el caso particular que estamos tratando, es

$$\frac{\partial c}{c} = \frac{1}{50000} ; \frac{C}{2} = 11^{\circ}\ 13' ; \partial C = \frac{1'',5}{206265}$$

y sustituyendo resulta

$$M'' = \frac{1}{50000} + 2 \text{ cotg. } 11^{\circ}\ 13' . \frac{1,5}{206265}$$

$$= 0,00002 + 0,000073343$$

$$= 0,000093343$$

es decir,

$$M'' = \frac{1}{10700}$$

Esto es, el medio error temible en uno cualquiera de los lados de la red es de $\frac{1}{10700}$ de sus respectivos largos.

En conclusión: con un instrumento longímetro que ofrezca la medida de la base de 500^{m} con una aproximación de $\frac{1}{500000}$, se llega sobre el lado Cerro-Cerrito valiéndose de una red de desarrollo compuesta de 3 triángulos isósceles semejantes cuyos ángulos al vértice tienen por valor común $22^{\circ}\ 26'$ próximamente; — y permitiendo el goniómetro determinar los ángulos de la red con un error $\pm\ 1'',5$ el máximo error temible en dicho lado Cerro-Cerrito es de $1^{m},10^{cm}$ y el medio error temible en un lado cualquiera es de $\frac{1}{11000}$ próximamente de su largo.

Determinación de la ubicación y posición de la base

23. Con los datos $a_{n-1} = 8500^m$, $c = 500^m$ y los elementos deducidos $n = 3$, $C = 22° 25' 35''$, podemos resolver la cuestión de situar la base respecto al lado Cerro - Cerrito; — ya sabemos que dichos valores numéricos responden al mejor modo de desarrollar la base; es decir, con el menor número posible de triángulos (tres), resultará un máximo error temible $1^m\ 10^{cm}$ sobre el lado Cerro - Cerrito y un error medio temible sobre los lados de la red, en armonía con la apreciación de los instrumentos de medida que tenemos á nuestra disposición.

Sobre el lado Cerro - Cerrito construiremos dos triángulos isósceles MmM', Mmm' y sus simétricos MmM'', Mmm'', con ángulo al vértice de 22° 25' 35''. Sobre la base de uno de ellos, p. ej., MM', se construyen otros dos triángulos isósceles $MM'M_1$ $MM'M_1'$ y sus simétricos $MM'M_2$, $MM'M_2'$ con el mismo ángulo al vértice 22° 25' 35'', y análogamente se hace con las otras bases mm', MM'', mm'' de los otros tres triángulos. Y finalmente sobre las nuevas bases MM_1, $M'M'_1$, MM_2, $M'M_2'$ de los triángulos resultantes del lado MM' se procede de idéntico modo; y así con todos los demás, llegándose al resultado como lo indica la figura 3. Como es fácil verificarlo, tenemos 48 posiciones de la base, dispuestas 20 de ellas en dos zonas circulares de 1300^m de radio cada una; y otras cuatro zonas casi rectangulares de 2600^m de largo por 1000^m de ancho encierran las 28 posiciones restantes, y orientadas en todas direcciones.

24. Para facilitar la construcción de la figura, que es necesario hacer en un papel aparte, es mucho mejor calcular los valores de los lados y proceder como claramente indica la figura; se adoptará la misma escala del plano gráfico que ha de servir para proyectar la red provisoria de toda la triangulación sobre el papel.

En virtud de los elementos deducidos, tenemos:

$$\frac{1.^{er}\ \text{lado}}{\text{base}} = \frac{\text{sen } 78^\circ 47' 12'',5}{\text{sen } 22^\circ 25' 35''}$$

$$\frac{2.^{o}\ \text{lado}}{1.^{er}\ \text{lado}} = \frac{\text{sen } 78^\circ 47' 12'',5}{\text{sen } 22^\circ 25' 35''}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\text{lado red principal}\\ \text{Cerro - Cerrito}\end{array}}{2.^{o}\ \text{lado}} = \frac{\text{sen } 78^\circ 47' 12'',5}{\text{sen } 22^\circ 25' 35''}$$

El cálculo práctico se dispone así:

$$\begin{array}{rl}
\text{log } 500 \ldots\ldots\ldots & = 2.6989700 \\
\text{log sen } 78^\circ 47' 12'',5 & = \bar{1}.9916293 \\
\text{Colog. sen } 22^\circ 25' 35'' & = 0.4185098 \\
\hline
 & 3.1091091 \ldots \text{n. c.} = 1286 \ldots \quad 1^{er} \text{ lado} \\
\text{log sen } 78^\circ 47' 12'',5 & = \bar{1}.9916293 \\
\text{Colg sen } 22^\circ 25' 35'' & = 0.4185098 \\
\hline
 & 3.5192482 \ldots \text{n. c.} = 3305 \ldots \quad 2.^{o} \text{ lado} \\
\text{log. sen } 78^\circ 47' 12'',5 & = \bar{1}.9916293 \\
\text{Colg. sen } 22^\circ 25' 35'' & = 0.4185098 \\
\hline
 & 3.9293873 \ldots \text{n. c.} = 8500 \ldots \text{Cerro-Cerrito}
\end{array}$$

Construída en papel transparente la figura que da las diferentes posiciones de la base, se adaptará sobre el plano gráfico y se conocerán las localidades donde quedan ubicadas sus 48 posiciones, y de éstas se elegirá la que más convenga por la naturaleza del terreno y demás circunstancias.

Naturalmente que en la práctica será difícil realizar exactamente una de las 48 soluciones posibles, pero es indudable que podremos aproximarnos muchísimo á una de ellas. Y si las dificultades del terreno ó la recíproca visibilidad de los puntos ó cualquiera otra causa nos impusieran la necesidad de variar el ángulo al vértice de los triángulos de la red, los errores temibles y los errores medios de sus lados no diferirán sensiblemente de los que tendría la red si se hubiera

podido realizar tal como la hemos calculado teóricamente; lo esencial es que su desarrollo proceda por medio de triángulos próximamente semejantes, cuyos lados y ángulos oscilen al rededor del valor teórico calculado.

La figura 1.ª da una idea del número de ubicaciones y posiciones que puede tener la base cuando se quisiera desarrollarla con el método de Bessel ó rombóidico que se lleva á efecto por medio de triángulos isósceles simétricos respecto á la base, pero no semejantes, y cuya realización presenta sin duda tantas ó mayores dificultades que una de las 48 soluciones ofrecidas por la red típica de Giletta; ésta tiene la ventaja de requerir menor número de triángulos y el de ofrecer errores temibles y medios en sus lados que son próximamente $\frac{1}{3}$ más pequeños. Vamos á demostrarlo en nuestro caso concreto, comparando ambos métodos.

Comparación de la red de desarrollo de Bessel con la red típica de Giletta

25. De las redes para desarrollar una base conviene elegir aquella que conduzca al resultado más exacto con menor suma de trabajo. Hay dos clases de redes típicas: la que se funda en el concepto del error temible y la que nace considerando el error medio. Nosotros nos hemos atenido á la primera, porque cuando entre el lado de llegada y la base existe una razón constante, dicha red se compone de un número de triángulos que es próximamente la mitad de los que se necesitarían si hubiéramos adoptado la segunda; la cual, por otra parte, alarga mucho los límites del error temible. Tanto una como otra dan errores que son inferiores de $\frac{1}{3}$ á los que existen en el desarrollo de Bessel.

Vamos á verificarlo. Supondremos establecida la red Besseliana en el terreno para llegar sobre el lado Cerro-Cerrito como lo indica la figura 4.ª, sirviéndonos de una base del mismo largo, de 500^{m}, — advirtiendo que es bastante improbable poder realizarla por las dificultades del terreno; si

no fuera posible establecerla como está indicado en la figura sería necesario recurrir á un triángulo auxiliar y sobre uno de los dos lados de éste, hacer llegar la red de desarrollo; ésta quedaría aumentada de un triángulo. — La suposición admitida es, por tanto, favorable.

26. Las fórmulas generales que dan la expresión del error temible relativo máximo sobre un determinado triángulo de una red cualquiera (no típica), son las siguientes:

$$\frac{Ea_n}{a_n} = \frac{dc}{c} + \Sigma_1^n \left(\text{cotg } C_{(i)} \, dC_{(i)} \right)$$

$$+ \Sigma_1^{n-1} \left[\left(\frac{b_i}{a_i} \right)^{(-1)^{i+1}} \text{cosec } C_{(i)} \, dC_{(i)} \right] + \frac{b_n}{a_n} \text{cosec } C_{(n)} \, dC_{(n)}$$

$$\frac{Eb^n}{b^n} = \frac{dc}{c} + \Sigma_1^n \left(\text{cotg } C_{(i)} \, dC_{(i)} \right)$$

$$+ \Sigma_1^{n-1} \left[\left(\frac{b_i}{a_i} \right)^{(-1)^{i+1}} \text{cosec } C_{(i)} \, dC_{(i)} \right] + \frac{a_n}{b_n} \text{cosec } C_{(n)} \, dC_{(n)}$$

en las que se hará $i = 1, 2, 3, \ldots. n$, número de orden del triángulo de la red, ó bien $i = 1, 2, 3, \ldots. n - 1$.

Nosotros las aplicaremos al caso concreto que estamos tratando, sucesivamente á cada triángulo del desarrollo de Bessel, teniendo en cuenta las anotaciones hechas en los lados y ángulos de la figura. Pondremos, pues, $n = 1$; será

$$\frac{Ea_1}{a_1} = \frac{dc}{c} + \text{cotg } C_1 \, dC_1 + \frac{b_1}{a_1} \text{cosec } C_1 \, dC_1$$

$$= \frac{dc}{c} + \left(\text{cotg } C_1 + \frac{b_1}{a_1} \text{cosec } C_1 \right) dC_1 \quad \ldots. (a)$$

$$\frac{Eb_1}{b_1} = \frac{dc}{c} + \text{cotg } C_1 \, dC_1 + \frac{a_1}{b_1} \text{cosec } C_1 \, dC_1$$

$$= \frac{dc}{c} + \left(\text{cotg } C_1 + \frac{a_1}{b_1} \text{cosec } C_1 \right) dC_1 \quad \ldots. (b)$$

27. En la figura 4.ª los triángulos sucesivos del desarrollo de Bessel son: ABC, DCB, DCE, FCE, FGE, y GEH; esto es, seis triángulos; y haciendo las sustituciones numéricas, tendremos:

Triáng. ABC	$\frac{Ea}{a} = \frac{dc}{c} + \left(\text{cotg } 34^o + \frac{b}{a}\text{ cosec } 34^o\right) dC$	$\frac{b}{a}$	$= \frac{\text{sen } 75^o}{\text{sen } 71^o}$
» DCB	$\frac{Eb'}{b'} = \frac{Ea}{a} + \left(\text{cotg } 17^o + \frac{c'}{b'}\text{ cosec } 17^o\right) dC$	$\frac{c'}{b'}$	$= \frac{\text{sen } 16^o}{\text{sen } 147^o}$
» DCE	$\frac{Ed}{d} = \frac{Eb'}{b'} + \left(\text{cotg } 46^o + \frac{c''}{d}\text{ cosec } 46^o\right) dC$	$\frac{c''}{d}$	$= \frac{\text{sen } 74^o}{\text{sen } 60^o}$
» FCE	$\frac{Eg}{g} = \frac{Ed}{d} + \left(\text{cotg } 17^o + \frac{e}{g}\text{ cosec } 17^o\right) dC$	$\frac{e}{g}$	$= \frac{\text{sen } 17^o}{\text{sen } 146^o}$
» FGE	$\frac{Ef}{f} = \frac{Eg}{g} + \left(\text{cotg } 43^o + \frac{e'}{f}\text{ cosec } 43^o\right) dC$	$\frac{e'}{f}$	$= \frac{\text{sen } 66^o}{\text{sen } 71^o}$
» GEH	$\frac{Ee''}{e''} = \frac{Ef}{f} + \left(\text{cotg } 31^o + \frac{g'}{e''}\text{ cosec } 31^o\right) dC$	$\frac{g'}{e''}$	$= \frac{\text{sen } 25^o}{\text{sen } 124^o}$

Teniendo en cuenta los valores de la columna de la derecha y efectuando los cálculos se obtiene:

$$\frac{Ea}{a} = \frac{dc}{c} + \left(3{,}3095\right) dC$$

$$\frac{Eb'}{b'} = \frac{Ea}{a} + \left(5{,}0019\right) dC$$

$$\frac{Ed}{d} = \frac{Eb'}{b'} + \left(2{,}5091\right) dC$$

$$\frac{Eg}{g} = \frac{Ed}{d} + \left(5{,}0592\right) dC$$

$$\frac{Ef}{f} = \frac{Eg}{g} + \left(2{,}4891\right) dC$$

$$\frac{Ee''}{e''} = \frac{Ef}{f} + \left(2{,}6541\right) dC$$

de las que fácilmente se deduce

$$\frac{Ee''}{e''} = \frac{dc}{c} + \left(21{,}0029\right) dC \ldots\ldots (\alpha)$$

Y éste es el máximo error temible relativo sobre el lado de llegada e"; esto es, sobre el lado Cerro-Cerrito.

Vamos ahora á buscar el medio error temible relativo en los lados de esta red. Para conseguir este propósito deberemos hallar los máximos errores temibles relativos sobre los dos lados *a* y *b* del triángulo ABC de partida (producidos por el error relativo $\frac{\partial c}{c}$ de la base AB y por el error medio $\pm \partial C$ cometido en la medida de cada uno de sus ángulos A, B, C); después los correspondientes á los lados *c', b'* del segundo triángulo DCB, en el que el lado *a* deducido por el cálculo, funciona como base; y así sucesivamente. Por último, calculando el promedio aritmético de los errores temibles relativos de los lados, tendremos la expresión del medio error temible relativo de la red.

Conviene escribirlas todas por orden así:

$$\frac{Eb}{b} = \frac{dc}{c} + \left(\text{cotg } 34^\circ + \frac{a}{b} \text{ cosec } 34^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{a}{b} = \frac{\text{sen } 71^\circ}{\text{sen } 75^\circ}$$

$$\frac{Ea}{a} = \frac{dc}{c} + \left(\text{cotg } 34^\circ + \frac{b}{a} \text{ cosec } 34^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{b}{a} = \frac{\text{sen } 75^\circ}{\text{sen } 71^\circ}$$

$$\frac{Ec'}{c'} = \frac{Ea}{a} + \left(\text{cotg } 17^\circ + \frac{b'}{c'} \text{ cosec } 17^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{b'}{c'} = \frac{\text{sen } 147^\circ}{\text{sen } 16^\circ}$$

$$\frac{Eb'}{b'} = \frac{Ea}{a} + \left(\text{cotg } 17^\circ + \frac{c'}{b'} \text{ cosec } 17^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{c'}{b'} = \frac{\text{sen } 16^\circ}{\text{sen } 147^\circ}$$

$$\frac{Ec''}{c''} = \frac{Eb'}{b'} + \left(\text{cotg } 46^\circ + \frac{d}{c''} \text{ cosec } 46^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{d}{c''} = \frac{\text{sen } 60^\circ}{\text{sen } 74^\circ}$$

$$\frac{Ed}{d} = \frac{Eb'}{b'} + \left(\text{cotg } 46^\circ + \frac{c''}{d} \text{ cosec } 46^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{c''}{d} = \frac{\text{sen } 74^\circ}{\text{sen } 60^\circ}$$

$$\frac{Ee}{e} = \frac{Ed}{d} + \left(\text{cotg } 17^\circ + \frac{g}{e} \text{ cosec } 17^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{g}{e} = \frac{\text{sen } 146^\circ}{\text{sen } 17^\circ}$$

$$\frac{Eg}{g} = \frac{Ed}{d} + \left(\text{cotg } 17^\circ + \frac{e}{g} \text{ cosec } 17^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{e}{g} = \frac{\text{sen } 17^\circ}{\text{sen } 146^\circ}$$

$$\frac{Ee'}{e'} = \frac{Eg}{g} + \left(\text{cotg } 43^\circ + \frac{f}{e'} \text{ cosec } 43^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{f}{e'} = \frac{\text{sen } 71^\circ}{\text{sen } 66^\circ}$$

$$\frac{Ef}{f} = \frac{Eg}{g} + \left(\text{cotg } 43^\circ + \frac{e'}{f} \text{ cosec } 43^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{e'}{f} = \frac{\text{sen } 66^\circ}{\text{sen } 71^\circ}$$

$$\frac{Eg'}{g'} = \frac{Ef}{f} + \left(\text{cotg } 31^\circ + \frac{e''}{g'} \text{ cosec } 31^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{e''}{g'} = \frac{\text{sen } 25^\circ}{\text{sen } 124^\circ}$$

$$\frac{Ee''}{e''} = \frac{Ef}{f} + \left(\text{cotg } 31^\circ + \frac{g'}{e''} \text{ cosec } 31^\circ\right) dC \quad \Bigg| \quad \frac{g'}{e''} = \frac{\text{sen } 25^\circ}{\text{sen } 124^\circ}$$

Sustituyendo los valores de la columna de la derecha y efectuando los cálculos indicados, será

$$\frac{Eb}{b} = \frac{dc}{c} + \left(3{,}2335 \right) dC$$

$$\frac{Ea}{a} = \frac{dc}{c} + \left(3{,}3095 \right) dC$$

$$\frac{Ec'}{c'} = \frac{Ea}{a} + \left(10{,}0292 \right) dC$$

$$\frac{Eb'}{b'} = \frac{Ea}{a} + \left(5{,}0019 \right) dC$$

$$\frac{Ec''}{c''} = \frac{Eb'}{b'} + \left(2{,}2181 \right) dC$$

$$\frac{Ed}{d} = \frac{Eb'}{b'} + \left(2{,}5091 \right) dC$$

$$\frac{Ee}{e} = \frac{Ed}{d} + \left(9{,}8126 \right) dC$$

$$\frac{Eg}{g} = \frac{Ed}{d} + \left(5{,}0592 \right) dC$$

$$\frac{Ee'}{e'} = \frac{Eg}{g} + \left(2{,}5880 \right) dC$$

$$\frac{Ef}{f} = \frac{Eg}{g} + \left(2{,}4891 \right) dC$$

$$\frac{Eg'}{g'} = \frac{Ef}{f} + \left(5{,}4721 \right) dC$$

$$\frac{Ee''}{e''} = \frac{Ef}{f} + \left(2{,}6541 \right) dC$$

de las cuales se deduce

$$\frac{Eb}{b} = \frac{dc}{c} + (3{,}2335).\ dC$$

$$\frac{Ea}{a} = \frac{dc}{c} + (3{,}3095).\ dC$$

$$\frac{Ec'}{c'} = \frac{dc}{c} + (3{,}3095 + 10{,}0292).\ dC$$

$$\frac{Eb'}{b'}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019).\ dC$$

$$\frac{Ec''}{c''}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,2181).\ dC$$

$$\frac{Ed}{d}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,5091).\ dC$$

$$\frac{Ee}{e}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,5091+9,8126).\ dC$$

$$\frac{Eg}{g}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,5091+5,0592).\ dC$$

$$\frac{Ee'}{e'}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,5091+5,0592+2,5880).\ dC$$

$$\frac{Ef}{f}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,5091+5,0592+2,4891).\ dC$$

$$\frac{Eg'}{g'}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,5091+5,0592+2,4891+5,4721).\ dC$$

$$\frac{Ee''}{e''}=\frac{dc}{c}+(3,3095+5,0019+2,5091+5,0592+2,4891+2,6541).\ dC$$

y calculando el promedio aritmético de todos estos errores temibles relativos, tendremos, indicándolo con M'',

$$M''=\frac{\partial c}{c}+\frac{167,6762}{12}.\ dC,\ \text{ó sea}$$

$$M''=\frac{\partial c}{c}+(13,9732).\ dC\ldots.\ (\beta).$$

y éste es el medio error temible relativo de los lados de la red de desarrollo Besseliano.

Reunamos los resultados obtenidos:

$$\left.\begin{aligned}\frac{Ee''}{e''} &= \frac{\partial c}{c} + (21{,}0029).\ \partial C \\ M'' &= \frac{\partial c}{c} + (13{,}9732).\ \partial C\end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{Desarrollo}\\ \text{Besseliano}\end{array}$$

Recordemos las fórmulas generales que nos dan á conocer los valores análogos cuando se trata de una red típica

$$\frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{\partial c}{c} + n \operatorname{cotg}\frac{C}{2}\,\partial C$$

$$M'' = \frac{\partial c}{c} + \frac{1+n}{2}\operatorname{cotg}\frac{C}{2}\cdot\partial C$$

Hemos visto que partiendo de una base de 500^m, para llegar al lado Cerro-Cerrito, la red típica de desarrollo deberá componerse de 3 triángulos isósceles semejantes cuyo ángulo al vértice es de 22°26' próximamente; poniendo, pues, $n = 3$ y $\frac{C}{2} = 11°13'$ resulta

$$\left.\begin{aligned}\frac{Ee''}{e''} &= \frac{\partial c}{c} + (15{,}1281).\ \partial C \\ M'' &= \frac{\partial c}{c} + (10{,}0854).\ \partial C\end{aligned}\right\} \text{Desarrollo típico de Giletta}$$

Comparando por medio de los coeficientes numéricos las fórmulas correspondientes á ambos desarrollos, queda de manifiesto que el error temible relativo sobre el lado de llegada *e''* (Cerro-Cerrito) y el medio error temible relativo de cada lado son próximamente $\frac{1}{3}$ más pequeños en la red típica de Giletta. Es decir, con menor número de triángulos (la red típica sólo requiere 3 y el desarrollo de Bessel 6) se obtiene una exactitud mayor. Debemos advertir que el desarrollo de Bessel, para el caso que estamos tratando, se presenta en condiciones

favorables; si la base fuera, por ejemplo, de 200^m solamente, las ventajas de la red típica serían aun más manifiestas, porque por medio de ésta podríamos desarrollar la base con 4 triángulos, mientras que la de Bessel exigiría por lo menos 8.

28. Queriendo conocer los errores numéricamente, tendremos:

$$Ee'' = \frac{8500}{50000} + (21{,}0229) \times \frac{(1'',5) \times 8500}{206265} = 1{,}47$$

$$M'' = \frac{1}{50000} + (13{,}9732) . \frac{1'',5}{206265} = 0{,}00012159$$

lo que equivale á un máximo error temible sobre el lado Cerro-Cerrito y á un medio error temible en los lados de la red, mayores entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ que los que corresponden á la red típica de Giletta. No verifícase exactamente ó casi, la relación de $\frac{1}{3}$, porque esta última se halla más fuera de sus propias condiciones teóricas que la red de Bessel, que casi lo está. Es de advertir que si la ubicación de la base fuera otra y la red procediese según uno de los otros modos como lo indica la figura 1.ª, los errores considerados aumentarían de valor y serían $\frac{1}{3}$ mayores que los de la red típica.

Deberíamos ahora tratar del método Villani, pero por no salir del orden de ideas en que estamos, no nos ocuparemos de él porque constituye un procedimiento derivado de la celerimensura en el modo de medir y deducir los ángulos y en el de calcular la red.

Estudio de la red principal

29. Si recordamos lo dicho en las págs. 26 y 27, § 18, respecto á la tolerancia, corresponde ante todo determinar el máximo error temible sobre los lados de un determinado triángulo, porque este elemento tiene importancia fundamental en

el estudio de una red destinada á servir de fundamento al Catastro y al levantamiento de una carta topográfica.

Lo esencial é importante en esta cuestión es estar seguros de que un determinado lado de la red no tendrá error temible mayor que el que vamos ahora á fijar, que, como sabemos, es función del máximo error temible del primer lado de la triangulación.

La fórmula

$$3.\ p.\ a_{n-1}.\ \partial C = (e - Ea_{n-1})\sqrt{3}$$

se refiere á una red típica constituída de p triángulos equiláteros, que arranca del lado a_{n-1}, satisfaciendo á la condición que el lado a_{n+p-1} no esté afectado de un error temible absoluto mayor que e, siendo Ea_{n-1} el máximo error temible del lado de partida. El mayor valor de p es 5; a_{n+p-1} lo supondremos igual á a_{n-1}, porque los triángulos deben tener próximamente iguales dimensiones; ∂C dijimos oscilará al rededor de 3",24.

Observaremos que para determinar á p nos hemos servido de un plano gráfico del Departamento á la escala de $\frac{1}{50000}$; por otra parte, prescindiendo de esto, su valor puede establecerse con otros criterios, que aquí no es el caso de examinar.

Tendremos, pues, $p = 5$; $a_{n-1} = 8500$; $\partial C = 3",24$; sustituyendo resulta:

$$\frac{3 \times 5 \times 8500 \times 3{,}24}{206265.\ \sqrt{3}} = e - Ea_{n-1}$$

y habiéndose hallado $Ea_{n-1} = 1{,}10$, será $1{,}16 = e - 1{,}10$; de donde $e = 2^m 26$; y éste es el máximo error temible en el lado más apartado de la red.

En la práctica esto difícilmente se realizará. Reflexionemos que la red típica de desarrollo de la base se halla en idénticas condiciones que la de Bessel en cuanto á las verificaciones y á los triángulos de control; para conseguir ambas cosas bastará elegir otro punto, p. ej., como α ó M' (fig. 3). Una vez

conseguidos los valores de a_{n-1} por dos vías distintas, su promedio se tomará como definitivo. Es de notar que el medio error temible absoluto de la red de desarrollo de la base es $\frac{1}{10700} \times 8500 = 0^m79$, y si hemos procedido en las medidas con el cuidado necesario, la incerteza i del valor del lado Cerro-Cerrito se encontrará dentro del límite

$$(8500 \pm 0.79) < (8500 \pm i) < (8500 \pm 1{,}10)$$

y tomando el promedio, resulta

$$\pm i = \frac{0.79 + 1.10}{2} = 0^m{,}93$$

es decir, lado Cerro-Cerrito $= 8500^m \pm 0^m93$, y el valor de e queda reducido á 2^m09, en el caso más desfavorable.

30. En la red principal del Catastro de Módena (año 1886) se admitió una tolerancia de 0^m25 por cada 1000^m en los lados, que fueron fijados próximamente en 8000^m; la tolerancia de cierre en los ángulos de los triángulos y vueltas de horizonte fué de 40'', cuyos ángulos se observaron con teodolitos de 10'' de aproximación, tomando el promedio de 3 medidas, es decir, $\frac{10}{\sqrt{4}} = 5''$ error en cada medida, y 3'' de error probable en cada ángulo; el error medio de cierre fué de 12'', como era de esperarse dada la multiplicidad de las medidas angulares. Además se arrancó de los lados de la triangulación del Instituto Topográfico Militar tomándolos como bases, es decir, considerando sus valores como exactos; esto significa que no había de tenerse en cuenta el error del lado de partida y por tanto la tolerancia lineal era algo mayor en la realidad.

31. Además conviene notar que p no tiene igual valor para todos los puntos situados en los límites del Departamento, que son 11; echando una mirada al proyecto de la operación, hecho sobre el plano gráfico, resulta:

En la Barra del Río Santa Lucía, $p = 3$, $p = 4$
En la Barra del Arroyo Colorado, $p = 5$
En el Arroyo de las Piedras, $p = 3$
En las Puntas de Toledo, $p = 4$
En el Arroyo Toledo, $p = 4$
En el Bañado de Carrasco, $p = 3$
En Punta Gorda, $p = 2$
En el Arroyo Mortet, $p = 2$ (costa del Río de la Plata, entre el Cerro y Punta del Espinillo).

Para estos diferentes valores de p, sustituyendo en la fórmula $\frac{3\,p\,a_{n-1}\,\partial C}{206265 \times \sqrt{3}} = e - Ea_{n-1}$, se obtiene el siguiente cuadro:

Puntos	Valores de e	
	Para $Ea_{n-1} = 1^m10$	Para $Ea_{n-1} = 0^m93$
1. Cerro...............	1.10	0.93
2. Arroyo Mortet......	1.56	1.39
3. Barra Santa Lucía ..	1.79	1.62
4. Barra Santa Lucía ..	2.05	1.88
5. Barra Arroyo Colorado	2.26	2.09
6. Arroyo de las Piedras	1.79	1.62
7. Puntas del Arroyo Toledo..............	2.05	1.88
8. Arroyo de Toledo.	2.05	1.88
9. Bañado de Carrasco..	1.79	1·62
10. Punta Gorda.......	1.56	1.39
11. Punta Brava (1)	1.33	1.16
Promedio....	$1^m.76$	$1^m.50$

(1) Para este punto se usó la fórmula $\frac{Ea_{n+p-1}}{a_{n+p-1}} = \frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}} + p \operatorname{cotg} \frac{C}{2}\, \partial C$ poniendo $a_{n+p-1} = a_{n-1} = 8500$; $p = 1$; $\frac{C}{2} = 30^o$; $\partial C = 3'',24$.

Como se ve, 1^m76 es el medio error temible de un lado cualquiera de la red que difícilmente se superará, porque cuando la red de desarrollo de la base está bien conformada y no se aparta mucho de sus condiciones teóricas, el lado de llegada Cerro-Cerrito no llegará á tener 1^m10 de error. Por otra parte 0^m93 puede considerarse como el medio error temible máximo sobre dicho lado y éste es el que tiene á su favor la mayor probabilidad, por cuya razón estableceremos el promedio 1^m50 de los valores de e que corresponden á $Ea_{n-1} = 0^m,93$, como tolerancia máxima, esto es

$$e = 1^m50.$$

ó sea 0^m18 por cada *mil metros* en los lados de la red principal.

32. Queda por examinar esta otra cuestión: Averiguar cada cuántos triángulos será necesario medir una nueva base á fin de que los lados de la red no resulten afectados de un error mayor que $e = 1^m50$, con la condición de que el topógrafo pueda disponer de 1 punto cada 1000 hectáreas. Lo establecemos así porque es nuestro propósito evitar la triangulación de 3.er orden, valiéndonos en cambio de las poligonaciones topográficas, que economizan mucho tiempo y dinero. Un punto central en cada triángulo de la red principal viene á corresponder á un triángulo de 2.° orden de 4900^m de lado próximamente, que contiene unas 1000 hectáreas.

Tenemos la fórmula

$$p \lesseqgtr \frac{\sqrt[4]{3}.\sqrt{m}}{10000\sqrt{6}.\ \partial C}(e - Ea_{n-1}).\ R''$$

en la que m indica el número de puntos para cada miriámetro cuadrado, ó sea 10000 hectáreas.

Para nuestro caso $m = 1$; y adoptando $e = 1{,}50$ y$Ea_{n-1} = 0.93$, resulta sustituyendo

$$p \gtreqless \frac{\sqrt[4]{3} \times 206265}{10000 \times \sqrt{6} \times 3{,}24} \times 0.57 = 6$$

Si ponemos $Ea_{n-1} = 1.10$, será

$$p \gtreqless \frac{\sqrt[4]{3} \times 206265}{10000 \times \sqrt{6} \times 3{,}24} \times 0.40 = 4$$

Esto es: en el 1.er caso no habrá necesidad de medir nueva base, porque tenemos la seguridad de que ningún lado tendrá error superior á 1^m50; en el 2.° sí, para verificar los lados del 5.° triángulo, cuyo tercer vértice está situado en las proximidades de la Barra del Arroyo Colorado. Si nos contentáramos con una tolerancia mayor, p. ej., de 1^m60, entonces

$p \gtreqless \dfrac{\sqrt[4]{3}.\,R''}{10000 \times (3{,}24) \times \sqrt{6}} \times 0{,}50 = 5$, y estaríamos en las mismas condiciones del 1.er caso.

Estudio de la red secundaria

33. Cuando el largo de los lados disminuye, el error ∂C tiene menor influencia sobre su valor y la medida de los ángulos no requiere tanta precisión. A pesar de ésto somos de parecer que los ángulos de la red de 2.° orden deben medirse con el mismo instrumento con que se han observado los del primero. Las razones que tenemos para desechar el uso de goniómetros de diversa precisión para medir los triángulos de 2.° orden, tratándose de una triangulación topográfica, son las siguientes: el hecho de quedar eliminada la red de 3.er orden

y sustituída por las poligonaciones topográficas que se llevan á cabo con el taquímetro-Cleps, el cual sirve al mismo tiempo para las operaciones de detalle, la manuabilidad del azimutal centesimal, su precio (800 francos) y su apreciación garantida de $0^{g},002 = 6'',48$ en cada microscopio micrométrico; con sólo dos reiteraciones se consiguen $3'',24$ (método de Bessel) por ser los lados cortos. Obtenemos, por consiguiente, con seguridad la misma aproximación en los ángulos y con menor trabajo.

Ahora bien, un teodolito con apreciación de $10''$ cuesta el mismo trabajo y cuidado en su manejo que el centesimal indicado, porque debe estar munido igualmente de microscopios micrométricos para la lectura del círculo azimutal, y su precio es el mismo.

Así no nos apartamos del siguiente principio sentado por Struve: « En general, en Geodesia y Astronomía práctica, es « necesario considerar como principio que la confianza en los « resultados dados por las observaciones se consigue mejor con « un pequeño número de observaciones bien hechas que con « un gran número de observaciones menos exactas. »

34. El largo medio de los lados de los triángulos de 2.° orden de nuestra red general, oscila al rededor de 5000 metros. Debemos investigar el valor del máximo error temible de sus lados, dada la tolerancia máxima de $1^{m}50$ en los de la red principal.

Tenemos la fórmula

$$p \ \mathrm{cotg} \frac{C}{2} \partial C \geqq \left(\frac{e}{a_{n-1}} - \frac{Ea_{n-1}}{a_{n-1}} \right)$$

en la que debemos poner $p = 1; \frac{C}{2} = 15^{o}$ (caso más desfavorable); $a_{n-1} = 5000^{m}$; y $\partial C = 3'',24$ por las razones recientemente expuestas; $Ea_{n-1} = 1^{m}50$, y tendremos

$$\frac{\text{cotg } 15^{\circ} \times (3{,}24)}{206265} \times 5000 = (e - 1^{m}{,}50)$$

$$0^{m}{,}29 = e - 1^{m}50,$$

ó sea $$e = 1^{m}79$$

Es decir, se puede admitir una tolerancia máxima de $0^{m}35$ por cada 1000^{m} en el largo de los lados de los triángulos de 2.º orden.

35. Con lo que precede queda estudiado en todos sus detalles el modo más conveniente de establecer en el Departamento de Montevideo una red topográfica á fin de utilizarla para el Catastro y para la construcción de la carta topográfica.

Podemos formular las siguientes

Conclusiones

Instrumentos de medida:
- Longímetro: $\frac{1}{40000}$ de precisión.
- Gonímetro: $0^{g}{,}002 = 6''{,}48$ en cada microscopio micrométrico. Servirá contemporáneamente para las redes de desarrollo de la base, de la principal y de la secundaria.

Largo medio:
- de la base: 500 metros
- de los lados:
  - red principal: 8 - 9 kilómetros
  - red secundaria: 5 kilómetros.

Error absoluto máximo en el largo de la base: $0^{m}01$.

Medio error temible de la red de desarrollo de la base: $\frac{1}{11000}$ del largo de los lados.

Máximo error temible:
- en el primer lado de la red principal (Cerro-Cerrito): $1^{m}10$.
- en los lados:
  - de la red principal: $1^{m}50$
  - de la red secundaria: $1^{m}80$

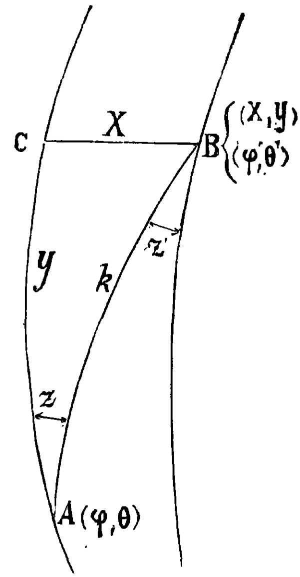
Tolerancia lineal máxima	en los lados de la red principal: 0^m18 por 1000 metros » » » secundaria: 0^m35 por 1000 metros
Tolerancia en la suma de los ángulos de	los triángulos de la red de desarrollo de la base: 4'',5. los triángulos: de 1.er orden: 10''. de 2.° orden: 16''. las vueltas de horizonte: de 1.er orden: 20''. de 2.° orden: 30''.
Reiteraciones	red de desarrollo de la base......... 5 red principal...... 3 red secundaria..... 2

Fórmulas para calcular las coordenadas de los vértices

36. En una triangulación topográfica no debe preocuparnos el exceso esferoídico. Para triángulos de 25 kilómetros de lado, su valor es de 0'',5 para cada ángulo; no hay peligro de que los errores de observación se confundan con dicho elemento.

Nuestros triángulos tienen de 8000 á 10000 metros de lado; las fórmulas siguientes son aplicables hasta 14 kilómetros y dan la aproximación de un centésimo de segundo en los elementos calculados; es decir, por cuanto depende del método de cálculo no cometeremos errores mayores de $\frac{94000}{3600''} \times \frac{1}{100} = 0^m,26$ en longitud, y de $\frac{110930}{3600} \times \frac{1}{100} = 0^m38$ en latitud, muy inferiores á los errores procedentes de las medidas lineales y angulares de los elementos de la red.

37. Dadas las coordenadas geográficas (φ, θ) del punto A y las geodésicas polares (k, z) de otro punto B, hallar las coordenadas geográficas de B (φ', θ') y su azimut z' sobre A (recíproco de A).



$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi = \frac{k \cos z}{\rho \text{ sen } 1''} \quad \ldots\ldots (1)$$

$$\Delta\theta = \theta' - \theta = \frac{k \text{ sen } z}{N \text{ sen } 1'' \cos \varphi'} \quad .(2)$$

$$\Delta z = z' - z = 180^\circ + \Delta\theta \text{ sen } \tfrac{1}{2} (\varphi' + \varphi) \ldots (3)$$

38. Dadas las coordenadas geográficas de dos puntos A (φ, θ) y B (φ', θ') hallar las coordenadas geodésicas rectangulares X, Y de B, suponiendo sea A el origen.

Considerando que las distancias son pequeñas, k es rectilíneo y z es un ángulo plano; por consiguiente $k \cos z = Y$, $k \text{ sen } z = X$; sustituyendo en (1), (2) y despejando resulta

$$Y = \Delta\varphi . \rho_m \text{ sen } 1'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$X = \Delta\theta . N_m \text{ sen } 1'' \cos \varphi' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

en las que ρ_m es el radio de curvatura del meridiano correspondiente al punto de latitud $\frac{\varphi + \varphi'}{2}$, y N_m la normal en el mismo punto; $\Delta\varphi = \varphi' - \varphi$; $\Delta\theta = \theta' - \theta$. Para el cálculo numérico es indiferente tomar ρ, N correspondientes á φ, ó φ', ó $\frac{\varphi + \varphi'}{2}$, porque las distancias k son pequeñas; y servirse de uno ú otro de dichos valores no influye sensiblemente en los valores de X é Y, dentro de los límites de exactitud de un centésimo

de segundo. — Una vez conocidas X, Y, tendremos el azimut de A sobre B por

$$\text{tang } z = \frac{X}{Y}$$

como se ve en la figura; y luego

$$z' = 180^\circ + z + \Delta\theta \text{ sen } \tfrac{1}{2} (\varphi + \varphi') \ldots\ldots\ldots (6)$$

39. Dadas las geodésicas rectangulares X, Y de B respecto á A cuyas coordenadas geográficas (φ,θ) se conocen, hallar las geográficas (φ',θ') de B y el azimut z' de B sobre A.

De (4), (5) despejando, ó bien en (1), (2) poniendo $k \cos z = Y$, k sen $z = X$, se tiene

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi = \frac{Y}{\rho_m \text{ sen } 1''} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\Delta\theta = \theta' - \theta = \frac{Y}{N_m \text{ sen } 1'' \cos \varphi'} \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

$$\Delta z = z' - z = 180^\circ + \Delta\theta \text{ sen } \tfrac{1}{2} (\varphi + \varphi') \ldots\ldots (9)$$

40. Dadas las coordenadas geodésicas rectangulares X, Y de un punto B, respecto á un origen A, determinar las coordenadas geodésicas polares k, z de dicho punto B.

De la figura se deduce, considerando el triángulo ABC como rectilíneo,

$$\text{tang } z = \frac{X}{Y} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

$$k = \frac{X}{\text{sen } z} = \frac{Y}{\cos z} = \sqrt{X^2 + Y^2} \ldots\ldots\ldots (11)$$

Cuando hubiérase de calcular la distancia k, entre dos puntos cuyas geodésicas rectangulares son ($X'Y'$), ($X''Y''$) y el azimut z_1 de dicha distancia (dirección), tendremos evidentemente

$$\text{tang}\, z_1 = \frac{X'' - X'}{Y'' - Y'} \dots\dots\dots\dots\dots (12)$$

$$k_1 = \frac{X'' - X'}{\text{sen}\, z_1} = \frac{Y'' - Y'}{\cos z_1} = \sqrt{(X'' - X')^2 + (Y'' - Y')^2} \;. (13)$$

41. Dadas las coordenadas geodésicas polares (k, z) de B respecto á un origen A cuyas coordenadas geográficas (φ, θ) se conocen, hallar las geodésicas rectangulares X, Y de dicho punto B.

Tenemos estas fórmulas:

$$X = k\, \text{sen}\, z \dots\dots\dots\dots\dots (14)$$

$$Y = k \cos z - \frac{\text{tang}\, \varphi}{2\,N} X^2 \dots\dots\dots\dots (15)$$

Y el problema inverso se resuelve con

$$k\, \text{sen}\, z = X \dots\dots\dots\dots\dots (14')$$

$$k \cos z = Y + \frac{\text{tang}\, \varphi}{2\,N} X^2 \dots\dots\dots\dots (15')$$

Para el caso de nuestra triangulación, el 2.° término de las (15), (15') puede suprimirse.

Debemos tener presente que las fórmulas que anteceden se refieren á arcos de geodésica rectificados, que en nuestro caso son líneas rectas situadas en un plano tangente al elipsoide terrestre.

42. Las fórmulas que más aplicación tendrán en la práctica son las siguientes:

Dadas las coordenadas geográficas (φ, θ) del origen A por medio de

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi = \dfrac{k \cos z}{\rho \text{ sen } 1''} \dots\dots\dots (a)\\ \Delta\theta = \dfrac{k \text{ sen } z}{N \text{ sen } 1'' \cos \varphi'} \dots (b)\\ \Delta z = \Delta\theta \text{ sen } \tfrac{1}{2}(\varphi' + \varphi) \dots (c)\end{array}\right\}$$ se hallan las geográficas de B en función de las polares de B, y viceversa.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi = \dfrac{Y}{\rho \text{ sen } 1''} \dots\dots\dots (d)\\ \Delta\theta = \dfrac{X}{N \text{ sen } 1'' \cos \varphi'} \dots (e)\\ \Delta z = \Delta\theta \text{ sen } \tfrac{1}{2}(\varphi' + \varphi) \dots (f)\end{array}\right\}$$ se determinan las geográficas de B en función de las rectangulares de B, y viceversa.

$$\left.\begin{array}{l}X = k \text{ sen } z \dots\dots\dots\dots (g)\\ Y = k \cos z \dots\dots\dots\dots (h)\end{array}\right\}$$ se determinan las rectangulares de B en función de las polares de B, y viceversa.

Tendremos presente que

$$\begin{array}{ll}\Delta\varphi = \varphi' - \varphi; & -\Delta\varphi = \varphi - \varphi'\\ \Delta\theta = \theta' - \theta & \\ \Delta z = z' - z + 180^\circ; & -\Delta z = z + 180^\circ - z'\end{array}$$

43. Recordaremos una vez más que cuando k, X ó Y son iguales ó inferiores á 10000 metros, estas fórmulas dan la aproximación de un centésimo de segundo, es decir, $0^{m}32$ término medio para el Departamento de Montevideo.

Cuando se tome el meridiano que pasa por A como fundamental, será $\theta = 0$. Se deberá tener en cuenta esta circunstancia para el cálculo de las coordenadas geográficas del 1.er punto B con relación al origen.

Aunque no se conozcan con mucha precisión las coordenadas geográficas del punto de origen A, esta circunstancia no influye en nada en las posiciones relativas de todos los puntos de la red respecto á A. Y si dicho punto tiene una longitud Este respecto al meridiano principal, se considerará como positiva; si es Oeste, como negativa. Pero si las coordenadas las consideramos como en Celerimensura, es decir, las abscisas hacia la izquierda del meridiano, positivas, y negativas hacia la derecha, entonces la longitud Oeste de A deberá considerarse como positiva y la longitud hacia el Este como negativa.

Trasmisión del azimut geodésico en grados centesimales en función de las coordenadas geográficas (grados sexagesimales).

44. Para medir los ángulos de nuestra red hemos adoptado un azimutal centesimal, y en el cálculo de las coordenadas geográficas de los vértices nos veríamos obligados á reducir los ángulos centesimales (azimutes) á sexagesimales. Es necesario evitar este penoso trabajo, que en la práctica podría ser causa de errores materiales en los cálculos; esta circunstancia por sí sola sería suficiente para influir desfavorablemente en el ánimo de los que buscan pretextos para rechazar toda innovación, aunque ésta sea ventajosa por muchos otros conceptos.

Queremos evitar esta transformación, y de tal manera que las longitudes y latitudes de todos los vértices aparezcan siempre expresadas en grados sexagesimales, á pesar de haberse medido el 1.er azimut y los ángulos de la red en grados centesimales.

En una red topográfica como la nuestra se usan las coordenadas rectangulares, que se calculan con las fórmulas (d), (e) en función de las geográficas; ó bien por las (g), (h) en función de las polares, y éste es el caso general y corriente por ser el más sencillo, desde que así lo permite el largo reducido de los lados (8 á 10 km.); las coordenadas del origen A se dejan expresadas geográficamente.

En la fórmula

$$\Delta z = \Delta\theta \text{ sen } \tfrac{1}{2} (\varphi' + \varphi)$$

el 2.° miembro representa un número de segundos sexagesimales Δz; ahora 1" $= 0^g{,}0000308642$. Por tanto $\Delta\theta$ sen $\frac{1}{2}(\varphi' + \varphi)$ segundos sexagesimales, equivaldrán á $\Delta\theta$ sen $\frac{1}{2}(\varphi' + \varphi) \times 0^g{,}0000309$ grados centesimales, y en consecuencia queda Δz expresado en esta especie de unidad angular. Luego la fórmula será

$$\Delta z = (0{,}0000309) \times \Delta\theta \text{ sen } \tfrac{1}{2} (\varphi' + \varphi) \ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

Cuando hubiere de tenerse en cuenta la divergencia de los meridianos, Δz representa un cambio de eje, que afecta á todos los ángulos medidos en un vértice. Debemos tener presente que conviene no considerar ángulos negativos; cuando del cálculo de la fórmula (α) resulte Δz positivo se agregará á z y se obtendrá z'; pero si Δz resultase negativo, entonces se tomará su complemento á 400^g, y se agregará el resultado á z.

Carta topográfica

SISTEMA DE PROYECCIÓN

45. Para completar nuestro estudio conviene examinar el modo de situar en un plano la triangulación proyectada, á fin de que la representación gráfica sea la expresión lo más aproximada posible de la realidad del terreno.

Recordaremos una vez más que una triangulación topográfica puede considerarse situada en un plano cuando se halla encerrada dentro de una circunferencia geodésica de 25 kilómetros de radio, en cuyo caso la extensión de la región resulta próximamente de 2000 kilóm. cuadrados; repetiremos que en los triángulos de 25 km. de lado no es el caso de tener en cuenta el exceso esferoídico.

Observaremos que el plano de proyección tangente al elipsoide terrestre debe tener su punto de tangencia próximamente en el centro de la circunferencia geodésica.

No cabe duda que el sistema de proyección rectangular se impone por su sencillez, y por ser el único adecuado para los estudios de toda obra pública (caminos, ferrocarriles, canales, etc.); desde el punto de vista del Catastro su adopción es imprescindible.

46. Examinaremos si para una extensión de 2000 km.^{2} es aplicable.

Los grados de meridiano á los 45° de latitud sólo difie-

ren entre sí de unos 20 metros; luego las rectas que representan á los paralelos distantes un grado (80 kilóm.) uno de otro, tienen sólo un defecto de paralelismo de 20^m, lo que es insignificante para el graficismo. Un área de 2000 km^2 abraza 45 km. en el sentido de los meridianos y de los paralelos; por consiguiente las rectas de la proyección que representan á éstos pueden considerarse paralelas.

Veamos si á la distancia de 45 kilómetros los meridianos pueden también representarse en la proyección por medio de dos rectas paralelas.

Indicando con $(\partial z)''$ la divergencia de los meridianos en segundos y con $(\partial \theta)''$ la diferencia de longitudes, sabemos que

$$(\partial z)'' = (\partial \theta'') \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} (\varphi' + \varphi); \qquad \tfrac{1}{2} (\varphi' + \varphi) = \varphi_m ,$$

latitud media.

La latitud media del Departamento de Montevideo la supondremos 34°50'; para 45 km. corresponden 1772'', y sustituyendo es

$$(\partial z)'' = 1772'' \operatorname{sen} 34°50' = 1012''$$

ó sea $\partial z = 17'$ próximamente; de suerte que en la proyección las rectas que representarían á dos meridianos distantes 45 km. á la latitud media de 34°50' estarían inclinadas entre sí bajo un ángulo de 17' y por consiguiente no puede aplicarse la proyección ortogonal; deberíamos ampararnos á la proyección cónica simple, ó á la policónica, ó á la de Bonne modificada.

En otro estudio hablaremos de dos sistemas de proyección que resuelven esta cuestión: uno de ellos tiene en cuenta la convergencia de los meridianos manteniéndose en el sistema de coordenadas rectangulares; el otro procura conservar el sistema rectangular para toda una vasta región, por ejemplo un Estado, sirviéndose de una línea especial en el desarrollo cónico.

Entretanto nos atendremos á la proyección rectangular sobre un plano tangente al esferoide y averiguaremos el área media

de terreno que puede representarse con ella, á las diferentes escalas; así dividiremos los 2000 kilómetros cuadrados en varias secciones, en las que no nos preocupará la divergencia de meridianos.

47. Fijaremos ante todo los límites de incerteza angular á las diferentes escalas á fin de que dicha divergencia sea insensible á la escala de representación, y con sus valores determinaremos el área media, objeto de nuestra investigación. La posición de un punto del terreno se considera satisfactoriamente determinada, cuando dicho punto se halle dentro de un círculo de radio dado, que denominaremos radio de incerteza elemental, cuyo largo depende de la bondad de los instrumentos empleados en las medidas de los ángulos y de las distancias. Ya hemos estudiado la cuestión en cuanto se refiere á nuestra red, y respecto á los puntos de detalle se consigue 0^m05 por cada 100^m ó sea $\frac{1}{2000}$ cuando las distancias de los elementos de las poligonales no exceden de 200^m, y $\frac{1}{1000}$ entre 300 y 350 usando convenientemente un Cleps modelo grande.

Indiquemos con r al valor del radio de incerteza elemental; sea d la distancia que media entre dos puntos del terreno. Suponiendo que los dos radios de incerteza, en los extremos de la distancia se sumen, $\frac{2r}{d}$ será la medida de la incerteza relativa tolerada en la distancia d; $\frac{2r}{d} \times 206265''$ ó sea $\frac{2r}{d} \times 3438'$ expresa la medida angular, en partes de radio, de la incerteza que podremos tolerar en el azimut de la dirección.

Sobre el papel, cuando dos puntos distan 3 décimos de milímetro, juzgamos que coinciden; por tanto en la representación gráfica el radio de incerteza elemental será $\rho = \frac{0^{mm}3}{2} = 0^{mm},15$ multiplicado por el denominador de la escala. Esto es

$$\left.\begin{array}{lll} \text{á la escala} & \text{de} & \dfrac{1}{500} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{1000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{2000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{5000} \end{array}\right\} \text{será } \rho = 0^{mm},15 \times \left\{\begin{array}{l} 500 = 0^{m},075 \\ 1000 = 0^{m},150 \\ 2000 = 0^{m},300 \\ 5000 = 0^{m},750 \end{array}\right.$$

Y las incertezas tolerables en las distancias d

$$\left.\begin{array}{lll} \text{á la escala} & \text{de} & \dfrac{1}{500} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{1000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{2000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{5000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{50000} \end{array}\right\} 2\rho \, \frac{1}{d} = \left\{\begin{array}{l} \text{Incertezas lineales} \\ \hline 0^{m},15 \, . \, \dfrac{1}{d} \\ 0^{m},30 \, . \, \dfrac{1}{d} \\ 0^{m},60 \, . \, \dfrac{1}{d} \\ 1^{m},50 \, . \, \dfrac{1}{d} \\ 15^{m},00 \quad \dfrac{1}{d} \end{array}\right.$$

Las incertezas angulares correspondientes para las diferentes escalas son las siguientes:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{á la escala} & \text{de} & \dfrac{1}{500} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{1000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{2000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{5000} \\ \text{»} \quad \text{»} & \text{de} & \dfrac{1}{50000} \end{array}\right\} \frac{2\rho}{d} \times 3438' = \left\{\begin{array}{l} \text{Incertezas angulares} \\ \hline 0,15 \, . \, \dfrac{1}{d} \, 3438' \\ 0,30 \, . \, \dfrac{1}{d} \, 3438' \\ 0,60 \, . \, \dfrac{1}{d} \, 3438' \\ 1,50 \, . \, \dfrac{1}{d} \, 3438' \\ 15,00 \, . \, \dfrac{1}{d} \, 3438' \end{array}\right.$$

48. En una hoja de papel de 1 metro de lado, á las escalas de 1/500, 1/1000, 1/2000, 1/5000, 1/50000, etc., el límite de la incerteza angular que puede tolerarse para 500^m, 1000^m, 2000^m, 5000^m, 50000^m, etc., máxima distancia de las rectas paralelas extremas en dicha hoja de 1^m, es poco más de 1', á fin de que los errores sean insensibles al graficismo. Si llevamos esta tolerancia al doble, las rectas, proyecciones de dos meridianos cualesquiera que disten entre sí de 2', se considerarán paralelas sin que ello importe alteraciones en las distancias gráficas.

La zona susceptible de representación plana rectangular se extenderá á una distancia de 2' hacia al Este y 2' hacia el Oeste del meridiano central. Partiendo de este dato con la fórmula

$$(\partial z)'' = (\partial \theta)'' \text{ sen } \varphi_m$$

se determinará $\partial\theta$ en kilómetros, en función de la latitud y de la divergencia ∂z.

Para el caso del territorio de la República, comprendido entre las latitudes extremas 30° y 35°, tendremos

$$120'' = (\partial \theta)'' \text{ sen } 30^\circ$$
$$120'' = (\partial \theta)'' \text{ sen } 35^\circ$$

de donde despejando

$$\partial\theta = 240'' \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ para } \varphi = 30^\circ$$
$$\partial\theta = 209'',2 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ para } \varphi = 35^\circ$$

y en kilómetros

$$\text{para } \varphi = 30^\circ \ldots \partial\theta = \frac{96447}{3600} \times 240 = 6^{km},43$$

$$\text{para } \varphi = 35^\circ \ldots \partial\theta = \frac{91237}{3600} \times 209,2 = 5^{km},32$$

Como en el sentido del meridiano las distancias no sufren alteraciones sensibles, tendremos de un lado y otro del mismo

$$(6{,}43 \times 2)^2 = 16540^{\text{hect}} \text{ á la latitud de } 30^\circ$$
$$(5{,}32 \times 2)^2 = 11320^{\text{hect}} \text{ á la latitud de } 35^\circ$$

es decir, en todo el territorio de la República se puede representar con la proyección rectangular una zona de 14000 hect., término medio.

Para los usos del Catastro bastan los folios miriamétricos (10 km. de lado, 10000 hect.) para los planos de conjunto; el Departamento de Montevideo (latitud media 34°50'), que consta de 530 km^2, quedará correctamente representado en el sistema rectangular con 6 folios miriamétricos.

Para los planos de detalle (folios kilométricos) se adoptará la escala de $\frac{1}{2000}$ (0^m50 de lado).

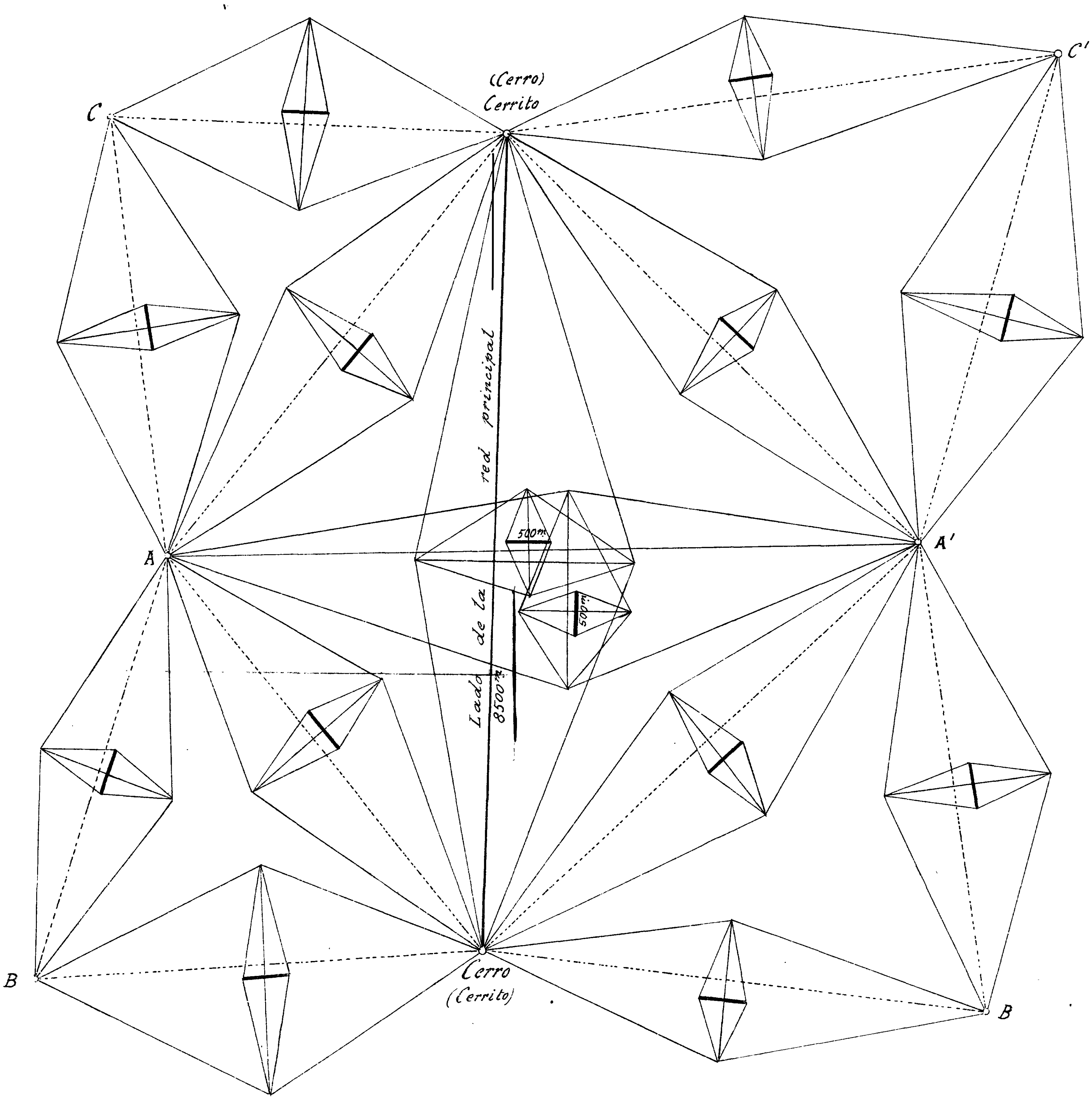
Hemos terminado nuestro estudio en cuanto se refiere á las generalidades del tema propuesto.

En otro estudio que pensamos publicar oportunamente, como complemento de este proyecto, examinaremos los sistemas propuestos para conseguir uniformidad y sencillez en las proyecciones, buscando un sistema único de representación, que sea igualmente aplicable á las grandes y pequeñas extensiones de terreno. (Cartas geográficas, topográficas y catastrales de un Estado.)

Abril de 1894.

Desarrollo de la base según el método de Bessel

Figura 1.ª

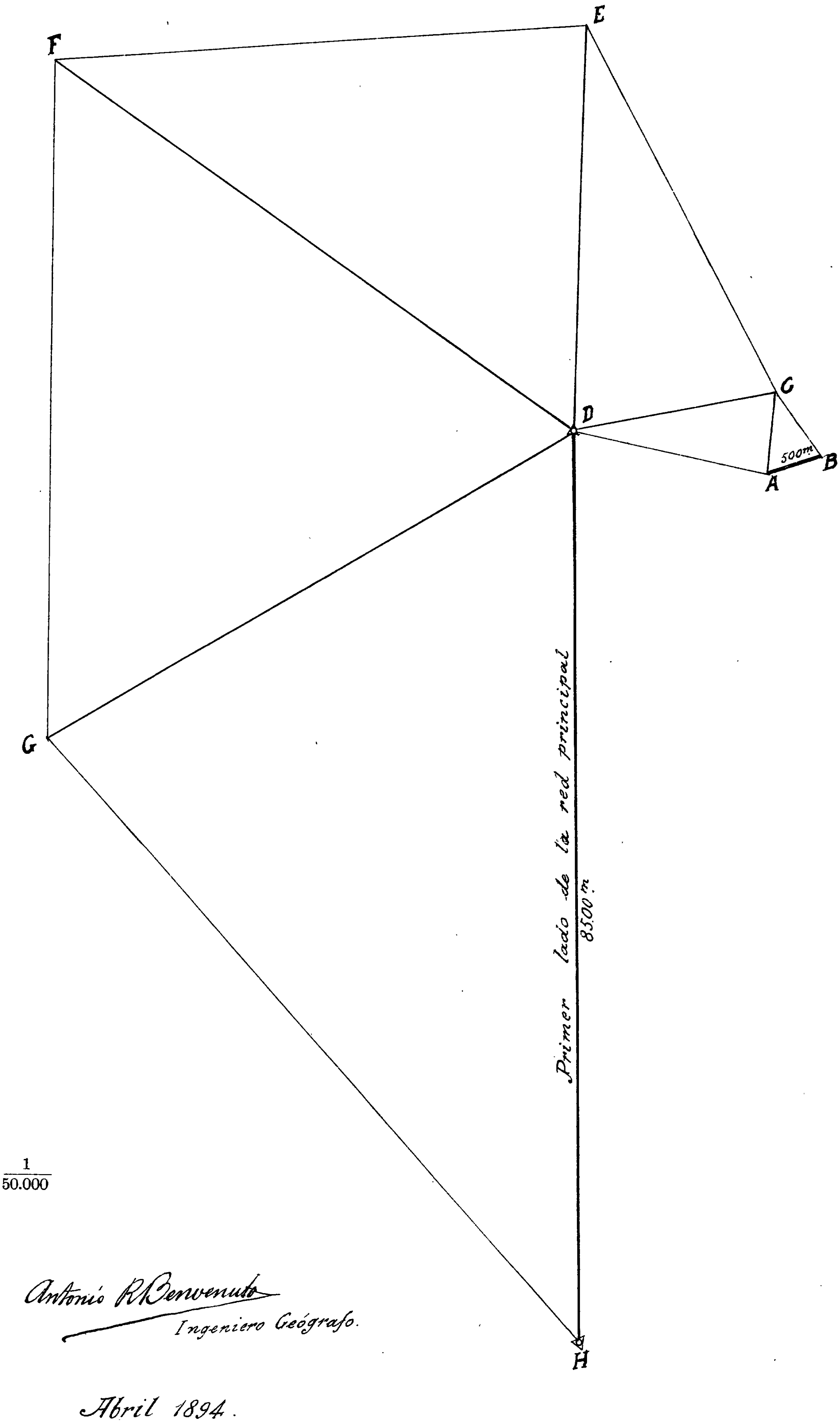


Abril 1894.

Antonio R. Benvenuto
Ingeniero Geógrafo.

Escala $\frac{1}{50.000}$

Figura 2.ª



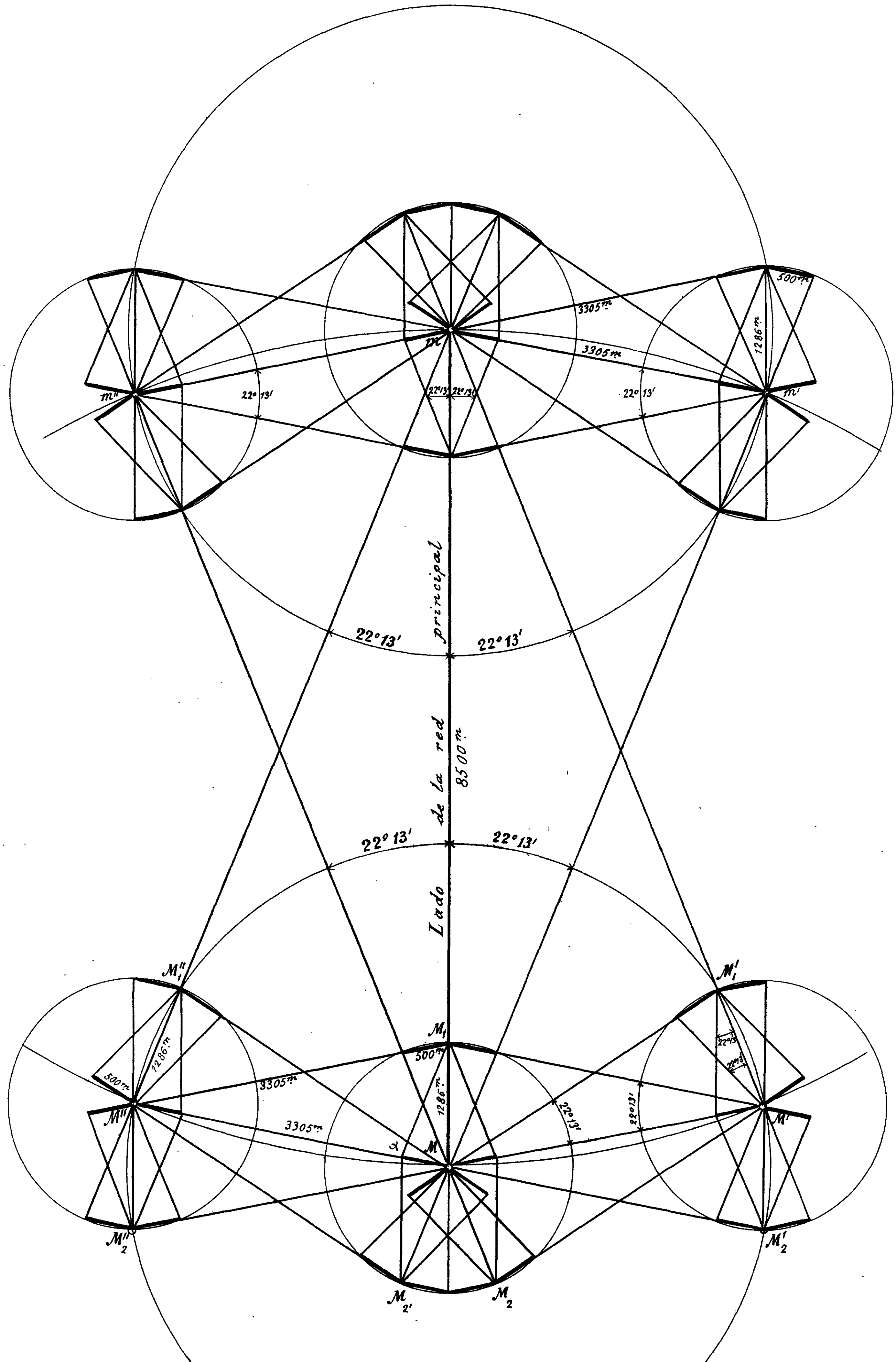
Escala $\frac{1}{50.000}$

Antonio R. Benvenuto
Ingeniero Geógrafo.

Abril 1894.

Desarrollo de la base con el método de Giletta

Figura 3.ª

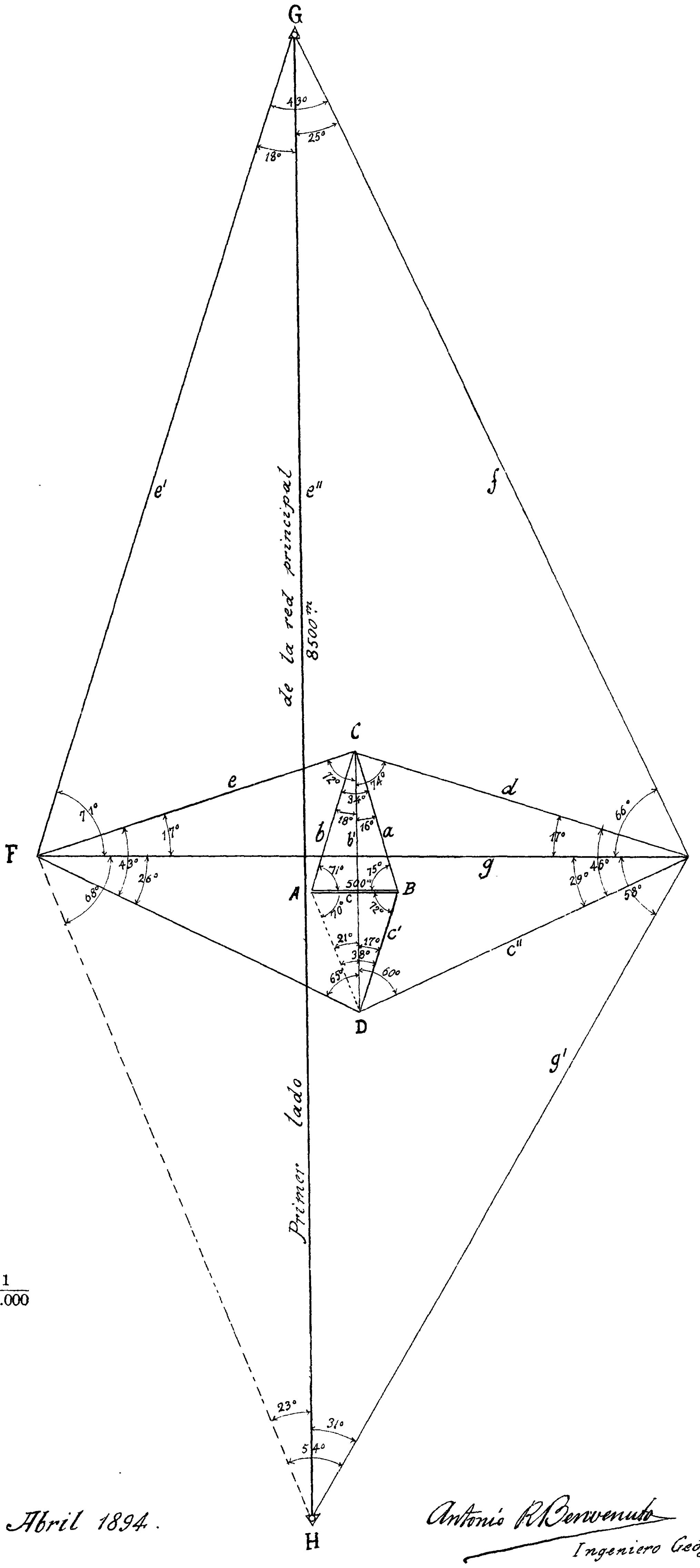


Abril 1894.

Antonio R. Benvenuto
Ingeniero Geógrafo.

Escala $\frac{1}{50.000}$

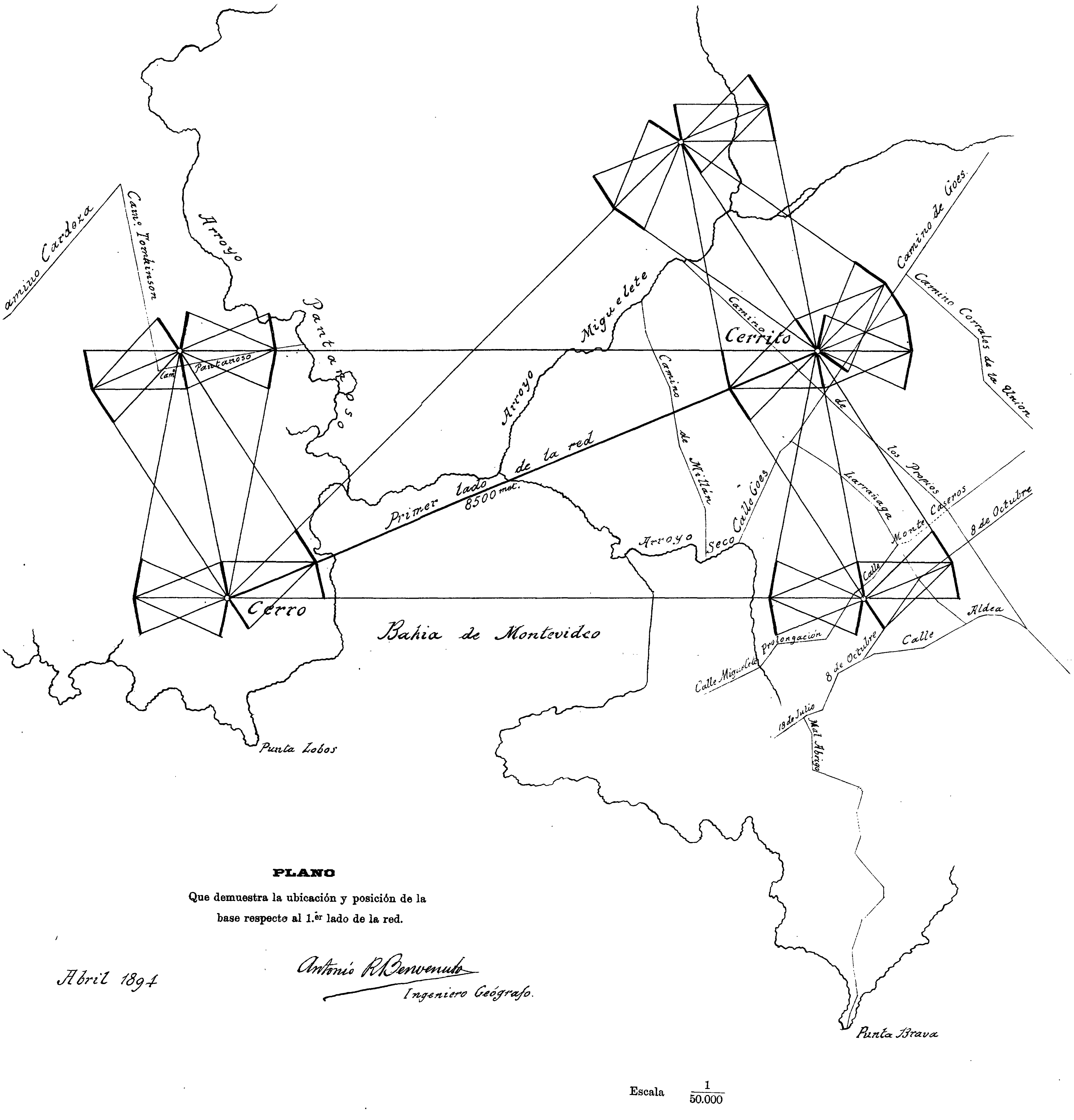
Figura 4.ª



Escala $\frac{1}{30.000}$

Abril 1894.

Antonio R. Benvenuto
Ingeniero Geógrafo.



PLANO

Que demuestra la ubicación y posición de la base respecto al 1.er lado de la red.

Abril 1894

Antonio R. Benvenuto
Ingeniero Geógrafo.

Escala $\frac{1}{50.000}$

El derecho internacional jurisdiccional

Conferencia leída en el Aula de Derecho Internacional Privado, por el estudiante
don Amabilio Martínez Páez

I

ETNOLOGÍA DEL DERECHO

En las sociedades de los primeros tiempos los individuos que las constituían estaban unidos por medio de vínculos de escasa cohesión. El impulso insignificante de una fuerza centrífuga, diseminaba los individuos de las series como se dispersan los prismas de un grupo cristalizado con la acción del calor ó una presión irresistible.

La ley que regía en un principio era la del aislamiento. El hombre no estaba exento de esta ley fatal, y era gobernado por ella como los organismos pertenecientes á los reinos inferiores. La existencia autónoma presidía la creación universal. En los tipos de las algas y de los animales simples, los individuos viven aislados, crecen y se reproducen á expensas propias en esa condición independiente. Con el hombre acontece lo mismo.

Las generaciones primordiales discurren en el espacio y sus formas simples en el comienzo, terminan por constituirse en agrupaciones orgánicas complejas. La cohesión es mayor entonces entre los individuos de la misma raza, sin que por esto se manifieste atracción entre los grupos extraños.

Así se constituyen las sociedades nómades; ya sea por la naturaleza sociable del hombre ó por el instinto de conservación de la especie ante la lucha por la existencia, ó por el conjunto de

estas circunstancias originarias, lo cierto es que los seres de la especie humana se reunen en familias y éstas á su vez se agrupan en núcleos que forman las nacionalidades con caracteres diferentes.

Por su número y la necesidad de procurarse los alimentos, estas sociedades no pueden vivir errantes, se fijan entonces en un territorio y determinan las fronteras de su dominio para no permitir dentro de ellas las correrías de sus vecinos. El poder dirigente sigue centralizado en el jefe de la tribu que decide las contiendas privadas, y declara la guerra contra las razas de las comarcas limítrofes, si éstas efectúan excursiones más allá de las fronteras de su dominio.

Surgen entonces los primeros contactos entre los pueblos más cercanos, rigiendo la fuerza como principio de justicia en las decisiones de sus controversias. Este estado arbitrario cesa cuando la lanza cae de la mano del bárbaro detenido en la matanza por la voz de la justicia que proclama el derecho como única razón de su destino.

Desde este momento aparecen también las primeras manifestaciones del derecho internacional público. El internacionalista argentino señor Calvo, dice que ellas se notan en Grecia en las declaraciones de sus distintos pueblos, admitiendo el principio de que no se debía privar de sepultura á los muertos en los combates, en el respeto de la vida de los que se refugiaban en los templos y en que era admitido á todos los griegos frecuentar los juegos públicos.

Expresa, además, que el derecho de gentes significaba para Roma un principio de derecho fundado en la naturaleza humana, según podía fundarlo y entenderlo su civilización. Y, á pesar de sus progresos, realizados hasta la caída del imperio, las relaciones internacionales distaban mucho de regirse por un principio estricto de justicia. La invasión de las tribus germánicas con su ideal de libertad é independencia vino á hacer más inseguras y mudables las relaciones de los pueblos á quienes Roma había servido de lazo de unión.

Se ve, por tanto, que las dos manifestaciones del derecho internacional nacen confundidas en una sola idea, cuyos lineamientos recién se trazan definitivamente en la época moderna, cuando se aclara el concepto de la soberanía, esto es, el poder que una nación ejerce sobre determinado territorio gobernándolo con sus leyes.

En este estado del derecho internacional naciente, entra otro elemento en su formación, y él es, el elemento personal introducido por los bárbaros que descienden de las estepas del Norte y someten á la Roma civilizada. Rigen desde ese momento, dice el doctor Alcorta, con igual valor diferentes legislaciones de naciones igualmente diferentes.

Después de cinco siglos sin poder dominar el individualismo de los invasores al centralismo romano, ni éste á aquél, el resultado fué el imperio del feudalismo: "invadidos é invasores se agruparon en diferentes fracciones como resultado de la fuerza ó de condiciones especiales, y la tierra subyugó á la persona y el elemento territorial al elemento personal. El derecho exclusivamente personal pasó á ser principal, sino singularmente, territorial."

Otro tratadista hace notar que los extranjeros no tenían en la Edad Media, á menos de contrato, derecho á la protección del soberano en cuyo territorio se encontraban.

Mientras tanto no se descubre ningún criterio científico que indique los principios determinantes del derecho internacional en la esfera política, y con mayor razón en la privada. Ellos nacen únicamente en la época moderna, cuando el estudio del pasado nos ha venido á esclarecer el concepto de la soberanía, que es el elemento esencial de la ciencia de que nos ocupamos.

II

DENOMINACIONES

Atendiendo sin duda alguna á la indecisión de los tratadistas cuando se proponen determinar el campo de acción de las investigaciones del derecho internacional privado, el programa de la materia indica como primera cuestión de su estudio las diversas denominaciones dadas á esta ciencia.

El doctor don Gonzalo Ramírez, en un estudio referente á este punto, digno de tomarse en consideración tanto por su estilo brillante como por sus profundos fundamentos filosóficos, hace la pregunta siguiente:

" ¿ La expresión derecho internacional privado responde al objeto que se propone estudiar la ciencia que lleva ese nombre ? "

El citado internacionalista responde á esa pregunta. El doctor Almancio Alcorta, dice, para quien satisface esa denominación las exigencias de la ciencia, justifica su opinión en los siguientes términos:

" Decimos derecho, como se dice generalmente, en su aplicación á las relaciones de los estados entre sí, no como imposición de un superior, sino como regla de acción libremente aceptada por el poder soberano de un país, sea en consideración á su adopción por otros, sea por su conformidad á los principios de justicia. Decimos internacional, porque se refiere á intereses de naciones diversas, sirve de regla á soluciones que afectan á personas y cosas en territorios extraños respectivamente, y se observan por los tribunales que se vinculan á sus principios. Decimos privado, para establecer la diferencia con el público, que es una de las ramas en que dividimos el derecho internacional, porque compromete y afecta directamente en todas sus relaciones, personas é intereses privados, aun cuando el interés público puede formar á su lado con más ó menos preferencia. "

A juicio de algunos internacionalistas la denominación aludida es deficiente, porque según ellos esta ciencia no se ocupa solamente de las relaciones de derecho privado, puesto que comprende las que dirige el derecho penal que regula cierta parte de la organización social en cuanto se considera comprendido en el derecho público.

El doctor Alcorta toma en cuenta esta observación, y contesta á los autores aludidos arguyendo en esta forma: " al comprenderlo todo en la palabra privado, quiere determinar, más que la naturaleza de las relaciones de derecho que afecta, su conexión con los individuos particularmente, puesto que la causa que provoca la solución depende de cómo se determina la voluntad en la elección."

Sería irrefutable este razonamiento si se considerase como móvil de la ciencia el solucionar cuestiones de legislación internacional, pero flaquea y cede el campo á las reflexiones apuntadas, si el significado de la expresión derecho internacional privado no corresponde á la ciencia que lleva ese nombre, como en realidad acontece según lo vamos á demostrar en seguida.

En las cuestiones que se someten á la decisión de esta ciencia, no se trata de saber cuál es la legislación más conforme á la relación de derecho que ocasiona la controversia internacional, sino cuál es la soberanía que debe gobernar con sus leyes el acto jurídico que da lugar al litigio.

De manera que puede suceder que la legislación aplicable al acto jurídico no sea la más conveniente para dar una solución acertada al litigio que él mismo origina, desde que el derecho internacional no investiga cuál es la ley más justa, sino la jurisdicción á que corresponde la solución de la contienda.

Con un ejemplo aclararemos el asunto.

El derecho *sustantivo*, esto es, el derecho común interno, en un contrato determinado, investiga el estado civil de las personas que van á obligarse por medio del vínculo jurídico, y lo mismo pasa con las demás formalidades de fondo que rigen esa relación de derecho, porque en su ejecución está interesada la soberanía á la cual afectan las consecuencias del acto jurídico; pero el derecho internacional no se preocupa de esas garantías, su misión es otra: decide únicamente cuál es la nación que debe regir con sus leyes el acto en cuestión. Ahí cesa su misión.

Se ha propuesto también la denominación de *derecho internacional privado y penal*, atendiendo á que el derecho penal forma parte del derecho público, y que no estaría comprendido, por consiguiente, en la primera expresión. Esta nueva palabra, agregada al nombre que se aspira obtener, para la ciencia de que se trata, significa poca cosa en presencia de la denominación que en realidad le conviene, atendiendo al problema que está destinado á resolver en la esfera propia de su competencia, una vez que la reacción se produzca en las erróneas doctrinas y sustituyan á ellas los principios eficientes que preceden á la cimentación de toda ciencia especulativa ó práctica.

Menos todavía le conviene el nombre de *conflicto de las leyes.* La razón es obvia. La ley de un Estado no se opone en su aplicación á la ley de otro país; llegándole al Derecho internacional la ocasión de dirimir el conflicto. La soberanía de una nación no traspasa sus fronteras para gobernar con sus leyes las relaciones jurídicas en ajeno territorio; único caso en que serían posibles las colisiones, siempre que no fuesen idénticas las legislaciones de los estados invadido é invasor. Sobre todo, una razón

fundamental indica la incongruencia de tal nombre, y ella es la determinación de su objetivo, el cual no es por cierto la tarea ímproba de comparar leyes, para señalar la que más se ajuste á los principios de justicia en cada caso sometido á juicio.

Aceptando como fundamento de la ciencia la cortesía de las naciones ó su recíproca utilidad, se le podría llamar *derecho de cortesía*, ó con más propiedad, *concesión de cortesía.* Pero como la utilidad no es el móvil del Derecho internacional, el concepto que expresa ese nombre es distinto de lo que se quiere definir.

III

DEFINICIONES DADAS Á ESTA CIENCIA

Si en general los tratadistas disienten al indicar la denominación de esta ciencia, no se manifiestan menos discordes cuando tratan de definirla. Las brumas que encuentran al principio de su derrotero, no se disipan en el curso de las investigaciones posteriores. Como que ellos parten de un principio erróneo llegan á conclusiones inciertas ó lamentablemente opuestas.

Justificará este juicio el examen de las diversas definiciones que haremos en seguida. Analicémoslas.

Fœlix define la ciencia de que nos ocupamos diciendo: " que es el conjunto de reglas por las cuales se ventilan y resuelven los conflictos entre el derecho privado de las naciones. "

Conforme la definición dada por el internacionalista nombrado á la ciencia que estamos estudiando, su objeto es resolver cuestiones de legislación; es decir, debe decidir en los casos de conflictos entre leyes de distintas soberanías, cuál es la más justa, y subordinar á su imperio la resolución del litigio ocasionado por la relación de derecho privado que da lugar á la contienda.

Desde luego, esa definición contraría el problema que se pro-

pone resolver el derecho internacional, porque él no se ocupa de dirimir los conflictos entre legislaciones distintas, cuando se presenta un litigio originado por una relación jurídica de carácter privado. La demostración nos será fácil precisándola en un caso determinado.

Por ejemplo, un oriental celebra un contrato en la República Argentina, sobre bienes situados en nuestro territorio, se suscita la cuestión de saber si aquél tenía ó no capacidad legal para realizar el contrato, y el litigio se produce ante los tribunales argentinos. ¿Se promueve un conflicto de legislaciones?—No.

El problema á resolverse es simplemente de jurisdicción. Se determina cuál es la soberanía interesada en regir por sus leyes el acto jurídico, y como éste afecta bienes radicados en la República Oriental, sólo ella está interesada en gobernarlo; entonces ella asume jurisdicción y aplica sus leyes por medio de los tribunales nacionales.

En el caso propuesto, la ley argentina difiere de la nuestra, pero el conflicto se resuelve, como materia de jurisdicción, sin entrar á considerar la aplicación de una ú otra ley como la más conveniente para dilucidar la contienda referente á la capacidad del sujeto obligado por el contrato.

Hemos demostrado, pues, que la definición de Fœlix es contradictoria con el concepto que se propone expresar.

El doctor Alcorta define esta ciencia diciendo: "que es el conjunto de reglas que sirven para determinar la ley que corresponde aplicar á las relaciones jurídicas internacionales de los estados y de los individuos, ó de los individuos entre sí."

Esta definición responde al concepto de la denominación de la ciencia que el internacionalista argentino acepta; pero como la de Fœlix, ella indica que su principal objetivo es resolver conflictos entre legislaciones internacionales, cuando existan distintas soberanías interesadas en regir con sus leyes el acto jurídico en tela de juicio.

La crítica precedente es aplicable á la definición del doctor Alcorta, lo que nos evita entrar en nuevas consideraciones para demostrar el error de concepto que lo ha guiado para determinar el campo que abraza la ciencia del derecho internacional jurisdiccional.

Ahora vamos á estudiar la denominación indicada por Riquelmi, que innova en esta materia. Ese internacionalista expresa su idea en estos términos: " Cuando el derecho internacional tenga por objeto determinar las relaciones que procedan de la soberanía de los estados, le llamaremos derecho internacional político; cuando se dirija á regularizar aquellas que procedan de la jurisdicción, le denominaremos derecho jurisdiccional. El derecho político resuelve las cuestiones que pueden ocurrir entre los estados á consecuencia de su soberanía, y el jurisdiccional termina los conflictos que emanan de las diversas jurisdicciones de los estados, cuando los individuos pasan á territorio extranjero; es decir, que el político fija las relaciones de estado á estado, y el jurisdiccional las de estado á individuo. "

El doctor Alcorta toma en cuenta la precedente definición, y la critica en breves palabras; dice así: " A nuestro juicio esto implica una confusión entre el derecho interno y el internacional; para el primero pueden existir las cuestiones de jurisdicción como ejercicio de la soberanía territorial, pero no para el segundo, so pena de aceptar los principios del *comitas,* desde que sus reglas, si pueden estar incorporadas en la legislación interna, no reconocen limitaciones por razón de la competencia exclusivamente. "

Este razonamiento es erróneo. Y lo es, por las falsas premisas en que descansa su fundamento. En efecto, si se establece con antelación que el objeto del derecho de que se trata es dirimir los conflictos originados entre dos leyes opuestas de distintas soberanías, la consecuencia forzosa es la inducida por el tratadista argentino, de que aceptando como fundamento la cortesía de las naciones ó su recíproca utilidad, no limitan sus reglas la causa de la competencia.

Su error se demuestra con más evidencia, exponiendo la acepción que en el derecho internacional tiene el concepto de la *jurisdicción,* el cual lo explica el doctor Ramírez en estas palabras: " En el orden interno puede ser cierto, y lo es, sin duda alguna, que la jurisdicción se refiere únicamente á la competencia de los tribunales; pero en la esfera internacional, jurisdicción quiere decir competencia de una soberanía para regir con sus leyes determinados actos jurídicos y solucionar por medio de sus tribunales los litigios que se originen de los mismos. "

Suscitándose una cuestión sobre competencia de jurisdicción interna, por ejemplo, cuando se discute si el juez á quien corres-

ponde solucionar el litigio es el departamental de San José ó un juez de la Capital, ó entre jueces de una misma localidad cuando la contienda se produce en razón de la materia, el punto se refiere sólo á la competencia de los tribunales, porque la ley que se va á aplicar es única. En el orden interno no ocurren colisiones de leyes; y esto es así, porque ninguna nación tiene distintas legislaciones referentes á la misma materia.

Pero no acontece la misma cosa cuando se determina la competencia en la esfera internacional. La soberanía que se declara competente para solucionar un litigio aplicando sus leyes, lo juzga también por medio de sus tribunales. Demuestran, pues, estas consideraciones, que el concepto de la jurisdicción en el orden internacional, tiene una acepción más amplia que cuando se refiere á la competencia de los tribunales únicamente. Aquélla indica la ley y el tribunal que debe resolver el litigio que se origine de la relación jurídica en cuestión.

Por su parte el doctor Ramírez se manifiesta conforme con las observaciones de Riquelmi, y justifica su opinión diciendo: "Razón tuvo entonces Riquelmi para calificar de derecho jurisdiccional al llamado comunmente internacional privado, precisamente para dejar bien establecido que la ciencia que lleva ese nombre no resuelve problemas de legislación, sino esencialmente jurisdiccionales."

IV

CALIFICACIÓN DE BROCHER

Merece especial atención la definición indicada por el célebre romanista Carlos Brocher, si consideramos que ella importa el establecimiento de los primeros jalones que marcan el punto de partida del sistema eminentemente científico, que el doctor Ramírez ha caracterizado en sus diversos estudios sobre la materia, señalándole además el dominio en que puede desenvolverse.

Brocher dice: "La doctrina del derecho internacional privado se propone, como trataremos de demostrarlo más adelante, de poner en claro y reglamentar la competencia respectiva de las diversas soberanías, en materia de derecho civil, comercial y penal."

He aquí la verdadera expresión del objeto de la ciencia que es-

tudiamos. Ella reglamenta la competencia de las soberanías, en materia de derecho privado, significando que la competencia ó jurisdicción en la esfera internacional, determina la ley que rige los actos jurídicos y los tribunales que deben resolver los litigios que se originen de esas relaciones de derecho, sin tener para nada en cuenta las diferencias existentes entre las legislaciones de las soberanías "llamadas á reglamentar la relación social á que ese derecho se vincula."

Criticando las definiciones precedentes, hemos expuesto bastantes razones, que reproducidas aquí, justifican el imperio de la que Brocher da condenando aquéllas al estudio histórico de la vieja doctrina del derecho internacional privado.

V

CUESTIÓN RESPECTO AL DERECHO PENAL

Con respecto al derecho penal existe la controversia de si debe ó no formar parte del objeto de esta ciencia. ¿No es muy principal, se dice, la atingencia de este derecho con el derecho público, para que sea posible clasificarlo en aquella categoría? Ciertamente, responde Brocher, es necesario tener en cuenta esa circunstancia en las disposiciones ulteriores de la doctrina, pero ésta no deja de estar completamente desprovista de los caracteres esenciales del derecho público. Es contra los individuos que se ejercita la acción penal; es generalmente en la vía judicial y no diplomática que se procede, salvo en lo concerniente á las comisiones rogatorias, que pertenecen al procedimiento, más bien que al fondo del derecho."

Con estas palabras, Brocher demuestra con clarovidencia la razón por que se incluye el derecho penal en la definición y estudio de la ciencia destinada á resolver los problemas de jurisdicción en casos de conflictos entre distintas soberanías.

Réstame manifestar ahora, que mientras dominen los principios empíricos en el estudio de esta materia significados en la expre-

sión "conflicto de las leyes", le llamaremos impropiamente ciencia, pero se le dará su importancia admitiendo la definición precisa y racional que expresa que su objeto es reglamentar la competencia respectiva de las diversas soberanías, en materia de derecho civil, comercial y penal.

Montevideo, Agosto 8 de 1894.

Apuntes de Derecho Administrativo

PARA EL

Aula de Economía Política y Legislación de Obras Públicas

POR EL DOCTOR LUIS VARELA

SEGUNDA PARTE

TÍTULO PRIMERO

CAPÍTULO I

Concepto y división de los trabajos públicos

Nuestra legislación se ha referido repetidas veces á las *obras ó trabajos públicos*, pero hasta ahora nos ha dicho ni explicado en forma alguna lo que por tales entiende, ni en qué se distinguen de las obras de carácter privado ó de derecho común.

Lógico será, por lo tanto, que al entrar nosotros á estudiar el servicio administrativo que á ellas se refiere especialmente, empecemos por explicar en qué consisten y por dar de ellas una definición que, aunque no sea la de nuestro derecho positivo, que no la ha dado, sea al menos la que más se ajuste al objeto definido y á los principios más aceptados por los tratadistas y la jurisprudencia.

Es muy frecuente definir los trabajos públicos diciendo que son aquellos para la ejecución de los cuales se puede proceder á la expropiación del dominio particular.

Esta definición es poco exacta, porque si bien es cierto que muy generalmente la construcción de una obra pública exige la ocupación de la propiedad privada, no lo es menos que la obra no es pública porque para ella se pueda expropiar, sino que, á la inversa, se pueda expropiar porque la obra es pública.

La posibilidad de expropiar deriva, pues, es una consecuencia del carácter público de la obra y por consiguiente es invertir el orden de las cosas é incurrir en un círculo vicioso el indicarla como fundamento de dicho carácter.

Tampoco puede decirse que son trabajos públicos los que se ejecutan en el dominio público, y privados los que se ejecutan en ese mismo dominio. Ninguna de las dos partes de esa definición es exacta y la segunda mucho menos aún que la primera.

Puede en efecto un individuo ó una empresa que ha obtenido la competente autorización, ocupar el dominio público y hacer en éste una instalación ó una obra en su interés particular; los trabajos que en tal caso se hiciesen no tendrían nunca el carácter de trabajos públicos, sino que serían completamente privados á pesar de estar en el dominio público.

En el dominio privado del Estado pueden construirse obras de carácter privado, pero también pueden ser obras públicas; todo depende, no del dominio en que estén construídas, sino de su destino y del objeto con que se construyan.

Así, las obras que se ejecutan en bienes que el Estado posee á título privado, *propietariamente*, según la frase consagrada, como dice Christophle, y siempre que ellas se lleven á cabo en el interés exclusivo de esos mismos bienes, son consideradas en la jurisprudencia como verdaderas obras de carácter particular.

Se ha presentado muchas veces, dice Aucoc, la cuestión de saber si las sendas ó caminos construídos por la administración de los bosques, para la explotación de esas propiedades del Estado, deben ser considerados como trabajos públicos. El Consejo de Estado se ha pronunciado negativamente; él ha considerado que se trata en ese caso de un trabajo hecho para la gestión de bienes que el Estado posee y gestiona en las mismas condiciones que un particular, y no para un servicio público.

Pero, á diferencia de lo que pasa en esos casos, hay otras obras que, estando también en el dominio privado del Estado, son, no obstante, consideradas como obras públicas. Tal sucede con las obras de construcción y reparación de las manufacturas de tabacos, cuando éstas constituyen un monopolio del Estado, y las usinas para la fabricación de armas y fundición de cañones. La jurisprudencia considera esas obras como públicas, ya sea porque responden ellas á un interés general, como sucede en el primero de los casos que acabamos de indicar, ó porque se relacionan direc-

tamente con un servicio público, como pasa con la fabricación de armas, directamente relacionada con la defensa nacional.

Y todavía podríamos agregar que no sólo en el dominio privado del Estado, sino que hasta en el de las personas particulares, pueden existir trabajos que se consideran como públicos, si bien es verdad que no porque lo sean realmente, sino en virtud de una asimilación que algunas legislaciones han establecido, en atención á ciertas conveniencias generales. Ciertos trabajos de defensa contra las aguas, de desecación y de riego, á que se refiere el Código Rural, están en ese caso, como más adelante tendremos ocasión de verlo.

De manera, pues, que el carácter público de las obras es completamente independiente de toda relación *patrimonial*, y puede existir sin dificultad alguna, cualquiera que sea la clase del dominio en que aquéllas se construyan.

Haremos notar aquí el error de nuestro Código Civil, al establecer, en su artículo 431, que son bienes nacionales de uso público, los puentes, canales y demás obras públicas construídas y conservadas á expensas de la nación.

Según esta disposición, parece que el legislador hubiese supuesto que existe una relación íntima y constante entre el dominio del uso público y el carácter público de las obras; lo que, como hemos visto, no es exacto. Hay obras públicas construídas y conservadas á expensas de la nación, que ni son de uso público, ni están en el dominio público, sino que pertenecen al dominio particular del Estado. Las obras de fortificación militar, por ejemplo, son verdaderas obras públicas, y sin embargo no son de uso público como lo es una plaza, una calle ó un camino. Las obras destinadas á la residencia de las autoridades públicas y muchas otras están exactamente en el mismo caso. De manera que es completamente inexacto decir que son bienes nacionales de uso público las obras públicas costeadas por el Estado, como lo sería también el sostener que sólo son obras públicas las que se destinan al uso público.

Se ha dicho también que son trabajos públicos los que tienen una utilidad pública; así, por ejemplo, Gianquinto dice que en sentido jurídico-administrativo se llaman obras ó trabajos públicos, todos aquellos que tienen el carácter y el fin de pública utilidad, y se ejecutan por iniciativa ó bajo la dirección y especial vigilancia del Gobierno.

Esta definición aparece tanto más acertada, cuanto que siendo la

expropiación una medida generalmente indispensable para la construcción de las obras públicas, y siendo, por otra parte, la utilidad pública el fundamento de aquélla, resulta en definitiva una relación íntima y directa entre el carácter público de los trabajos y la utilidad pública.

Sin embargo, esa utilidad no basta por sí sola para darle á una obra el carácter de pública, ó por lo menos sería necesario explicar lo que por utilidad pública se entiende. No se puede negar, por ejemplo, que un teatro construído por una empresa particular es en cierto modo una obra de utilidad pública, como puede serlo una iglesia, perteneciente á personas privadas, y sin embargo no se consideran como obras públicas en el sentido jurídico-administrativo. Gianquinto mismo explica luego en los siguientes términos en qué consiste la utilidad pública que da el carácter de públicos á los trabajos; los trabajos públicos, dice, son de dos clases: unos están destinados al uso y servicio inmediato del Estado, tales son las fortificaciones militares, construcciones navales, etc., y otros directamente al uso y servicio del público, como, por ejemplo, los caminos, puentes, canales de navegación y riego, puertos, faros, etc.

De manera, pues, que estando la utilidad pública relacionada con esos dos fines, más clara y más precisa es en esa parte la definición que contiene en su artículo 1.° la ley española de 13 de Abril de 1877. Para los efectos de esta ley, dice, se entiende por obras públicas las que sean de general uso y aprovechamiento y las construcciones destinadas á servicios que se hallan á cargo del Estado, de las provincias y de los pueblos.

Pero esa definición, que en la ley española resulta perfectamente exacta en virtud de otros artículos que la complementan estableciendo las atribuciones de la administración con respecto á dichas obras, no lo es aisladamente considerada, porque, como ya hemos dicho, puede haber obras de general uso y aprovechamiento como las que antes hemos indicado, y que sin embargo no se consideran como obras públicas.

Si bien es indiferente para el carácter público de las obras el que se lleven á cabo por iniciativa de la administración ó de la industria privada, no lo es el que exista ó no la intervención de las autoridades administrativas ó del Estado. En las obras públicas intervienen siempre esas autoridades que, ó construyen por su cuenta los trabajos, ó autorizan y tienen á su cargo la dirección y especial vigilancia de los que construyen las empresas particulares.

En ningún caso, dice Christophle, los particulares entregados á sí mismos, tienen el poder de conferir á los trabajos que ellos ejecutan, el carácter y los privilegios de los trabajos ejecutados por la Administración. A ésta sola pertenece darles ese carácter distintivo. Algunas veces los particulares reunen sus fondos, abren suscripciones y comienzan fuera de toda acción administrativa la ejecución de obras destinadas á usos públicos. Tales trabajos no tienen el mismo carácter que los trabajos que ejecuta la Administración misma. Ellos permanecen siendo propiedad de los particulares cuyos dineros han servido para su construcción, mientras que la Administración no consiente en tomarlos á su cargo. Hasta entonces ellos constituyen una propiedad colectiva, indivisa entre un número más ó menos grande de personas, pero no hacen parte del dominio público. Es así que en muchos casos el Consejo de Estado ha rehusado el beneficio de la competencia administrativa á los empresarios de trabajos debidos únicamente á la iniciativa privada, aunque por su naturaleza y su destino tuviesen por objeto proveer á un servicio público. La Corte de Casación admite esa misma doctrina, cuyas consecuencias ha aplicado en diferentes casos.

Esa doctrina es también la que sostiene Gianquinto, cuando dice que obras públicas son las de utilidad pública que se ejecutan *por iniciativa ó bajo la dirección y especial vigilancia del Gobierno;* y es la que adoptan Christophle y Aucoc, al decir el primero que "se pueden definir los trabajos públicos, diciendo que son los ejecutados en el interés de los diferentes servicios públicos de que la Administración está encargado;" — y al definirlos el segundo diciendo que son trabajos públicos los ejecutados por los diversos órganos de los intereses colectivos en vista de un servicio público.

Estas dos definiciones son, á nuestro modo de ver, perfectamente exactas; no obstante, teniendo en cuenta que las obras públicas pueden tener dos objetos distintos, es decir, pueden ser para uso directo é inmediato del público, ó para uso de la Administración misma, nosotros preferiríamos como más clara y más explícita la definición ya citada de la ley española, complementándola con la segunda parte de la de Gianquinto algo modificada, de manera que diríamos entonces que: son obras ó trabajos públicos las construcciones destinadas á los diferentes servicios que la Administración tiene á su cargo, y las de uso y aprovechamiento general que se ejecutan por la iniciativa ó con la autorización y bajo la especial vigilancia de la autoridad pública.

Mediante esa definición quedan excluídas las obras que, aunque de uso y aprovechamiento general, no se consideran obras públicas, como son las que antes hemos indicado, y por otra parte se comprenden las que, como un palacio de gobierno, un edificio municipal ó de aduana, ó para una jefatura, una cárcel, una escuela del Estado, etc., ó para ciertas manufacturas ó fabricaciones de que el Estado tenga el monopolio, aunque no sean de uso y aprovechamiento general, como lo es un camino, un puente, un ferrocarril, etc., son, no obstante, inmediata y principalmente para uso de la Administración misma y el desempeño de los diferentes servicios que ella tiene á su cargo.

Además, al decir "obras ejecutadas por iniciativa ó la autorización y bajo la especial vigilancia de la autoridad," quedan comprendidas todas las formas en que la autoridad administrativa puede intervenir en las obras públicas, y que son, ya iniciando y llevando también á cabo dichas obras por alguno de los varios sistemas que al efecto puede adoptar, ó autorizando y vigilando las que se ejecutan por iniciativa privada.

Y haremos notar todavía que referimos esa autorización y vigilancia á la autoridad pública competente, y no decimos *del Estado ó de la Administración* como hacen algunos autores, porque bien puede no ser el primero sino la municipalidad quien intervenga en la obra, lo mismo que puede no ser á la Administración central ni municipal sino al Cuerpo Legislativo á quien corresponda acordar la autorización; la intervención de uno ú otro de esos organismos puede depender, pues, de la clase de los trabajos y del sistema de organización adoptado por cada país, y es por consiguiente necesario emplear una expresión que abarque todos los casos.

Así, por ejemplo, la ley española establece que las concesiones de obras públicas, siempre que no se pidiese subvención ni ocupación constante del dominio público, ni se destruyan con ellas los planes generales adoptados por el Estado, las provincias ó el municipio, se otorgarán respectivamente por el Ministerio de Fomento, por la Diputación Provincial ó del Ayuntamiento á cuyo cargo correspondan las obras; y que cuando destruyan dichos planes no podrán ser otorgadas sino por medio de una ley, si son los planes del Estado los perjudicados, ó de Reales decretos expedidos por el Ministerio de Fomento, si son los planes de las provincias ó municipalidades,

Entre nosotros puede suceder también que la dirección y vigilancia correspondan á la Junta y no al Estado, y en cuanto á la autorización corresponderá por regla general, no á la Administración, sino al Cuerpo Legislativo, sobre todo si se trata de invertir fondos públicos nacionales y si hay ocupación del dominio particular.

Haciendo, pues, referencia á la competente autoridad pública, están comprendidos todos los casos, cualquiera que sea la autoridad que intervenga; lo que no sucede mencionando solamente el Estado ó la Administración.

Podría observarse, por otra parte, que al decir obras de *uso y aprovechamiento general,* no están comprendidas ciertas obras de defensa y desecación á que se refiere el Código Rural, las cuales se llevan á cabo principalmente en el interés particular de un determinado número de propietarios, y las que, sin embargo, se consideran en la doctrina y en la jurisprudencia como obras ó trabajos públicos.

Pero á eso puede contestarse que tales obras por su naturaleza no pueden considerarse como públicas, y que, como observa Aucoc, lo único que ha hecho la legislación, es asimilarlas á estas últimas, porque su utilidad ha parecido bastante grande para merecer que la Administración ponga en cierta medida sus agentes y sus medios de acción á su servicio. Por eso es que la ley hace obligatoria en ciertas condiciones la ejecución de esos trabajos, ordena la formación de asociaciones especiales para llevarlas á cabo, y obliga á los propietarios á ceder sus propiedades en el caso de que no quieran concurrir á la realización de los trabajos.

El criterio que resulta de lo que dejamos expuesto nos parece perfectamente exacto y suficientemente preciso para resolver con facilidad toda cuestión que se ofrezca sobre la naturaleza de los trabajos, evitándonos así la necesidad de estudiar detenidamente los antecedentes que al respecto nos suministra la jurisprudencia, ya sea en el orden de los trabajos del Estado, como de las municipalidades, de ciertas administraciones especiales que en el derecho administrativo se conocen con el nombre de *establecimientos públicos,* y de las llamadas *asociaciones sindicales,* de las cuales nos ofrece algunos ejemplos nuestro Código Rural.

En cuanto á los trabajos del Estado, tendrán el carácter de públicos siempre que se destinen directamente al uso público, como sería un camino, un puerto, un puente de interés nacional, ó los que responden al desempeño de los diferentes servicios que el Es-

tado tiene á su cargo en los diferentes ramos en que la Administración está dividida. Los trabajos hechos en el interés exclusivo de bienes que pertenezcan al Estado privadamente y que no están afectados á ningún servicio público, deberán considerarse siempre como trabajos privados.

Las cuestiones sobre el carácter de los trabajos ejecutados por las municipalidades se resuelven con arreglo á los mismos principios. Así, la construcción de un edificio destinado para asiento de la Municipalidad, de un camino municipal ó local, de un paseo, la construcción ó reparación de empedrados y veredas, mercados, lavaderos públicos si los hay establecidos por la Municipalidad, los trabajos para la instalación y servicio de alumbrado, de aguas destinadas al consumo, telégrafos y teléfonos, en una palabra, todas las obras destinadas al uso general de la comunidad ó para los servicios establecidos por las Juntas, tienen indiscutiblemente el carácter de trabajos públicos siempre que, además, en cuanto á los primeros, se lleven á cabo con la correspondiente intervención de las autoridades competentes.

Serían en cambio trabajos completamente privados los realizados por las Juntas en el interés exclusivo de los bienes pertenecientes á su dominio particular.

Una duda puede presentarse con respecto á ciertos trabajos que pueden llevarse á cabo con la intervención del Estado ó de las municipalidades según los casos: nos referimos á los edificios destinados al culto. ¿Esos trabajos son públicos ó tienen puramente un carácter privado?

El criterio que hemos establecido resuelve fácilmente el punto de acuerdo con las soluciones más aceptadas en la doctrina y en la jurisprudencia. Si la construcción ó reparación de las iglesias se lleva á cabo por resolución de la autoridad competente, que pueden serlo la civil, ó ésta y la religiosa á la vez, según la legislación del país y el régimen adoptado para las relaciones entre la Iglesia y el Estado, en tal caso dichos trabajos son indiscutiblemente públicos.

Así, por ejemplo, " cuando la comuna se encarga del trabajo, lo hace evidentemente en el interés de un servicio público; si las obras son emprendidas en una iglesia actualmente destinada al culto, y en virtud de autorizaciones regulares, no hay ninguna dificultad; la jurisprudencia ha admitido constantemente que ellas constituyen trabajos públicos. Si se trata de la construcción de una igle-

sia nueva ó de la restauración de una antigua iglesia desafectada, basta que los trabajos sean regularmente ejecutados bajo las órdenes del *maire,* en virtud de créditos abiertos por el Consejo municipal regularmente autorizado, y que el edificio sea destinado al ejercicio público del culto."

Esto dice Christophle refiriéndose á Francia, en donde, como es sabido, impera el régimen del *concordato* para las relaciones entre la Iglesia y el Estado.

En los países de religión de Estado como el nuestro, es evidente que las obras que se llevan á cabo por resolución de las autoridades eclesiástica y civil conjuntamente, son también trabajos públicos. Nuestras iglesias parroquiales están en esa condición. Por el contrario, en los países como Bélgica, en donde la Iglesia es completamente independiente del Estado, y por tanto ella no constituye sino una de tantas asociaciones que pueden establecerse en el país, en ese caso, es también evidente que las obras á que nos referimos no pueden tener sino un carácter exclusivamente privado, lo mismo que cualquiera construcción emprendida por una sociedad particular.

En los países de religión de Estado los mismos edificios destinados al culto de la religión oficial, constituirán trabajos privados, si se llevan á cabo sin la intervención indicada, y solamente por disposición y cuenta de personas ó asociaciones privadas.

Otra dificultad puede presentarse con respecto á los trabajos construídos por empresas concesionarias de obras públicas: ¿cuál será la naturaleza de esos trabajos? Para resolver esta cuestión basta tener presente que las referidas empresas representan en un todo al Estado ó la Municipalidad según los casos, y que, por consiguiente, los trabajos que ejecutan serán públicos ó privados, como lo serían si los llevase á cabo directamente la Administración.

Y así como según antes lo hemos establecido, los trabajos del Estado ó de las municipalidades serán privados ó públicos según sean en el interés particular de aquéllos, ó del servicio público, así también los construídos por las empresas concesionarias pertenecerán á una ú otra clase, según se relacionen directamente con su interés particular ó con las conveniencias ó las necesidades del servicio.

Por ejemplo: todos los trabajos, dice el autor antes citado, refiriéndose á los emprendidos por las compañías ferrocarrileras, que

pueden ser considerados como necesarios á la explotación de la línea y que forman una dependencia de las estaciones ó de la vía, tienen el carácter de trabajos públicos. En virtud de ese principio, la jurisprudencia ha reconocido como tales trabajos, las obras destinadas á conducir de un río á los depósitos de la estación el agua necesaria para la alimentación de las máquinas, las de ensanche de los talleres, la construcción de depósitos de carbón para las locomotoras, y de cercos á lo largo de la vía.

Pero debemos observar también que el carácter de trabajos públicos sólo les es reconocido á condición de haber sido expresamente autorizados. Así, agrega el mismo autor, la abertura de una brecha en un dique perteneciente á un particular, para proteger la vía contra los accidentes resultantes del desbordamiento de un río no se ha considerado como trabajo público, cuando no ha sido debidamente autorizada. "Considerando, dice una sentencia del tribunal de conflictos, citada por Christophle, que en la ausencia de todo acto administrativo que les imprima el carácter de trabajos públicos, los trabajos ejecutados por las compañías de caminos de hierro en las propiedades de otro, aun cuando sean para evitar un peligro inminente, quedan bajo su responsabilidad personal y sometidos á la jurisdicción de los tribunales civiles," etc.

Debemos hacer notar todavía que no basta la autorización expresa para darles el carácter de públicos á los trabajos ejecutados por las empresas concesionarias, sino que se requiere además, como para los emprendidos por el Estado ó las municipalidades, que se relacionen directamente con la explotación de la línea si es una compañía ferrocarrilera, ó en términos más generales, que sean en interés directo del servicio público; pues si son en interés privado de la empresa, en tal caso no podrán constituir sino trabajos también privados.

En cuanto á los trabajos ejecutados por los *establecimientos públicos*, pueden ser también públicos ó privados, y su carácter se resolverá según el criterio indicado para los casos anteriores. Tomemos el ejemplo de nuestra Comisión Nacional de Caridad y Beneficencia. Un edificio construído por esa corporación para un hospital, un asilo, en una palabra, para cualquiera de los servicios que tiene á su cargo, son verdaderos trabajos públicos; y no lo serían los que hiciese con el objeto de mejorar la condición de un bien cualquiera que posea, destinado á producirle renta.

Por lo que respecta á los trabajos realizados por las asociacio-

nes especiales llamadas sindicales, no puede haber dificultad alguna. Por las razones que ya hemos expuesto, la doctrina y la jurisprudencia han asimilado esos trabajos á los públicos, siempre que pertenezcan á las asociaciones *forzosas*, es decir, á las impuestas por la ley, ó á las *autorizadas*, ó sea las que sólo son obligatorias en determinadas condiciones que la misma ley establece. En cuanto á los trabajos emprendidos por asociaciones libres, ó sean las constituídas espontáneamente por un número de propietarios para llevar á cabo alguna obra de interés común, son considerados siempre como trabajos privados, pues, como ya lo hemos dicho, es principio consagrado por la doctrina y la jurisprudencia, que en ningún caso los particulares pueden por sí solos conferir á los trabajos que ellos ejecutan, el carácter y los privilegios de los trabajos ejecutados por la Administración ó por resolución de esta última.

Esta cuestión sobre la naturaleza ó el carácter de los trabajos tiene una importancia fundamental y un gran interés práctico en los países en donde existe establecida de un modo general la jurisdicción especial de lo contencioso-administrativo, y en donde además, la legislación acuerda de un modo general también, ciertos favores ó excepciones á los trabajos públicos.

Entonces se comprende que interesa en primer término definir la naturaleza de las obras, porque según sea ella, habrá ó no derecho á las disposiciones excepcionales establecidas para los trabajos públicos, tales como la extracción de materiales, la ocupación temporaria, la entrada en la propiedad privada, etc., etc., y según ella estarán también sometidas ó no á la jurisdicción contencioso-administrativa, las cuestiones á que las obras puedan dar lugar.

Christophle reconoce esto mismo al decir en el primer capítulo de su obra sobre los trabajos públicos, y refiriéndose á la legislación francesa:

"Es, por otra parte, fácil de comprender la importancia que presenta la cuestión de saber si un trabajo es público ó privado. Los trabajos públicos están sometidos á reglas especiales. Así, para no citar más que un solo ejemplo, los litigios á que ellos dan lugar son exclusivamente de la competencia de los tribunales administrativos. Estas reglas especiales resultan de la naturaleza misma de los trabajos públicos; ellas son dictadas *ratione materiæ;* las partes, Estado, departamentos ó simples particulares no pueden, pues, en principio, y cualquiera que sea su voluntad al respecto,

quedar bajo el imperio del derecho común, y sustraerse por convenios expresos á reglas que puedan ser invocadas en todos los casos, y que los jueces deben aplicar de oficio si es necesario."

Entre nosotros, sin embargo, la distinción de que nos ocupamos no ha tenido hasta la fecha la misma trascendencia, porque las disposiciones excepcionales que rigen en materia de trabajos públicos, lejos de tener un carácter general, se refieren expresa y limitativamente á cierta clase de obras ó contratos; de manera que, sea cual sea la naturaleza que á éstos se les atribuya, caerán siempre bajo las disposiciones de esas leyes excepcionales; así como las demás obras ó contratos que no han sido comprendidos expresa ni tácitamente en ninguna de esas leyes de excepción, estarán sometidos siempre á los principios del derecho común, de cuyos dominios no han sido separados hasta ahora por ninguna disposición positiva.

Así, por ejemplo, en materia de trabajos públicos tenemos establecida la jurisdicción especial de lo contencioso-administrativo, pero solamente para las cuestiones de ferrocarriles, como lo establece la ley de 19 de Septiembre de 1885, y también podíamos agregar que en las cuestiones originadas por las servidumbres de caminos, según la ley de 4 de Diciembre de 1889. Fuera de esos dos casos, no hay sino la jurisdicción ordinaria, cualquiera que sea la naturaleza que se atribuya á las obras de que se trate.

No sucedería lo mismo si la jurisdicción contencioso-administrativa estuviese establecida, como hemos dicho, de una manera general, para todos los casos en que procediera el sometimiento á ella. Entonces sí, sería del mayor interés práctico definir ante todo el carácter de las obras, porque de él dependería el que las cuestiones á que ellas pudiesen dar lugar fuesen de la competencia de una ú otra jurisdicción.

Á este respecto haremos notar que el nuevo reglamento de la Junta de la Capital ha establecido la jurisdicción contencioso-administrativa para todos los reclamos que se deduzcan contra sus resoluciones, siempre que éstas lesionen algún derecho de los particulares. No creemos, sin embargo, que esa parte del reglamento aludido pueda tener gran eficacia, porque la jurisdicción y el procedimiento especial para esa clase de cuestiones sólo pueden ser establecidos por medio de una ley, como lo han sido en materia de ferrocarriles, — y no por un simple reglamento municipal, por más que tenga la aprobación del Gobierno.

Y lo que decimos de la jurisdicción podemos afirmarlo igualmente con respecto á otras disposiciones de excepción, que en vez de ser generales á las obras ó trabajos públicos, se han establecido solamente para casos especialmente determinados. Así, el derecho de penetrar en la propiedad privada para efectuar los estudios que demanda la ejecución de una obra se halla establecido por nuestra legislación, pero en materia de ferrocarriles (decreto reglamentario de 3 de Septiembre de 1884), y para las obras de aprovechamiento de aguas, según el artículo 538 del Código Rural. Lo mismo pasa con otras disposiciones que, por estar establecidas también para casos particulares, como las anteriores, no es posible extenderlas á otras obras no determinadas en la ley, á título de que son también como ésas, obras de carácter público.

De manera, pues, que por la circunstancia que dejamos indicada, la determinación del carácter ó de la naturaleza de un trabajo podrá no tener en el estado actual é incipiente de nuestra legislación de obras públicas, la importancia práctica que tendría bajo el imperio de disposiciones de un carácter más general; pero de todos modos, aunque el interés de la cuestión se halle limitado por ahora principalmente, al terreno de los principios, nosotros estamos en el caso de estudiarla, no sólo por una razón de buen método, sino también porque es una cuestión fundamental en la materia de que vamos á ocuparnos, y cuya solución teórica no puede ser desconocida por todos los que al mismo tiempo que las disposiciones del derecho expreso tratan de estudiar también los principios que deben informarlas, y porque rigiéndose los contratos de obras públicas por otras reglas que las de derecho común, como lo reconocen todas las legislaciones más adelantadas en esta rama del derecho administrativo, y deberá reconocerlo también la nuestra, es lógico empezar por distinguir dichos contratos de los que sólo tienen por objeto obras ó trabajos de carácter completamente privado.

Las obras públicas pueden interesar á toda la nación ó solamente á los departamentos ó á las comunas en los países en donde existe esa tercera división administrativa. De ahí que ellas se dividan en obras públicas nacionales ó del Estado, obras departamentales ó municipales, y obras comunales ó vecinales.

Nuestro derecho positivo ha hecho aplicación expresa de esa clasificación en la legislación de caminos, dividiéndolos en nacionales, departamentales y vecinales, y en la de ferrocarriles, los

cuales pueden ser también de interés nacional, en cuyo caso están los indicados en el trazado general, ó de interés meramente departamental.

La importancia de esa clasificación está en que las autoridades á cuyo cargo se hallan dichas obras varían según sean éstas nacionales ó departamentales, correspondiendo la gestión de las primeras al Estado, y á las Juntas la de las segundas; y en que unas y otras se costean con distintos fondos, según sean nacionales ó departamentales, ó por lo menos deben costearse así, aunque en la práctica sucede con frecuencia entre nosotros, que la falta de recursos con que luchan las Juntas departamentales obliga al Estado á satisfacer con sus propios recursos gastos y obras que son de interés puramente departamental.

Explicado ya lo que por obras públicas se entiende, y establecidos los principios para distinguirlas de los trabajos privados, queda indicada también de una manera tácita la importancia que ellas encierran y la que tiene en consecuencia la rama del derecho administrativo, que de ellas se ocupa especialmente.

Basta tener presente que entre ellas se cuentan los caminos, ferrocarriles, puentes, canales, puertos, obras de fortificación, de saneamiento y de defensa contra las aguas, los monumentos públicos, los edificios para las autoridades públicas y los diferentes servicios que la administración tiene á su cargo; basta esa ligera enumeración para comprender que se trata de un grande y variado conjunto de obras y trabajos que no sólo importan, del punto de vista de los intereses materiales, en cuanto de ellas depende el desarrollo del comercio, de la producción y por lo tanto el desenvolvimiento general de la riqueza, sino que se relacionan también hasta con la existencia misma y la conservación de la sociedad, pues hasta la organización política y administrativa de un país y la conservación del orden y de la paz pública de los Estados, dependen muy principalmente de la existencia de ciertas obras y medios de comunicación que faciliten la acción del poder central en todos los puntos del territorio nacional.

Organizar una buena gestión económica y administrativa de esas obras que tan considerable influencia ejercen sobre los grandes y generales intereses de la colectividad, es el objeto de la parte del derecho administrativo que constituye especialmente el objeto de nuestros estudios.

CAPÍTULO II

De la utilidad de los trabajos públicos

Concluíamos la conferencia anterior indicando á grandes rasgos la utilidad considerable que tiene un buen servicio de obras públicas para el desarrollo y progreso de los grandes intereses de un país.

Pero esa utilidad, como todas las cosas, tiene sus límites, está sujeta á ciertas condiciones de discreción y de tino en la concepción y ordenación de los trabajos, condiciones que deben observarse so pena de que las obras estén muy lejos de corresponder á los sacrificios que puede costar su ejecución, y de que puedan importar la más ruinosa colocación de capitales ó el más condenable derroche de los dineros públicos.

Nadie puede poner en duda que un buen servicio de comunicaciones, por ejemplo, es de la mayor importancia para el desarrollo de la riqueza y del progreso general de una nación; pero de ahí no se sigue que todo nuevo camino sea útil, ni que lo sea toda línea férrea que se proyecte, ni toda obra de puerto ó de canalización que se trate de construir; la sociedad no ganaría nada y por el contrario perdería mucho con la multiplicación desordenada de esas obras y con la ejecución de las mismas, siempre que no obedeciesen á un plan razonado calcado sobre las necesidades positivas y las conveniencias generales de la colectividad.

Es evidente que una obra no es realmente útil por sólo el hecho de estar destinada al uso público; por el contrario, bien puede ser que no tenga utilidad alguna y que sea completamente innecesaria, como lo sería desde luego, si existiese otra obra de la misma clase y en las mismas ó más ó menos idénticas condiciones. Tal sucedería, por ejemplo, con un nuevo camino carretero ó ferroviario que se tratase de construir en las inmediaciones de otro ya exis-

tente ó destinado á servir de medio de comunicación entre los mismos puntos.

Por otra parte, esta cuestión de la utilidad de las obras públicas debe ser considerada principalmente con relación al sacrificio que demanda su construcción y conservación. Es en ese sentido que más interesa averiguar si una obra es ó no realmente útil, porque es el Estado ó la empresa constructora quien sufrirá todos los perjuicios si tal utilidad no existe y sobre todo si no está en relación con las erogaciones que demanda. En cuanto al público que, directamente por lo menos, nada pone para la ejecución de ellas, puede decirse que nada pierde y que hasta puede ganar alguna vez con la competencia que se establezca entre las empresas concesionarias.

Estas breves consideraciones nos ponen de manifiesto toda la importancia que tiene el apreciar de antemano en cada caso la utilidad de la obra proyectada, puesto que resolver ese primer problema equivale á decidir si la obra debe ó no llevarse á cabo, y si debe hacerse por el Estado ó dejarse librada á la iniciativa privada, pues como después veremos, las ventajas obtenidas en uno y otro caso son distintas.

¿Es posible apreciar de antemano esa utilidad y calcular al menos aproximadamente si ella estará en relación con las erogaciones hechas? Forzoso es reconocer que á pesar de ser ésta una cuestión tan fundamental, ella es de las más difíciles y ocasionada á los más graves errores, como lo demuestran los varios y tan opuestos criterios que se han indicado para resolverla.

Esa dificultad ha sido aprovechada en favor de su doctrina, por los partidarios de la no intervención del Estado en materia de trabajos públicos. Sostienen ellos que las empresas particulares, especialmente las que no gozan de garantía ni de ninguna subvención del Estado, aprecian con más exactitud la utilidad de una obra, y están siempre en guardia contra todo argumento sofístico ó ilusorio que pueda llevarlos á comprometer sus capitales en obras que no sean suficientemente remuneratorias; — mientras que el Estado, impulsado por su tendencia natural á hacer las cosas á lo grande, asediado por numerosos licitadores que le hacen toda clase de argumentos capciosos para justificar una utilidad que jamás existirá, y al amparo de las propias dificultades del problema, se halla siempre más dispuesto á dejarse llevar por complacencias, por influencias políticas ú otras razones ajenas por completo á la utilidad

positiva de los trabajos decretados. (Leroy-Beaulieu.—"L'Etat moderne et ses fonctions." p. 157.)

Esta objeción, como otras formuladas por la escuela á que nos hemos referido, puede resultar cierta algunas veces, y en ese sentido puede tener su parte de verdad; pero de todos modos, es innegable que la dificultad de apreciar de antemano la utilidad de una obra pública, es la misma para una empresa particular que para el Estado, y que si para alguno puede ser menor, lo será más bien con respecto al segundo, que puede tener más facilidades para reunir ciertos datos y antecedentes necesarios para la resolución del problema.

Más aún, el peligro que se indica puede desaparecer en gran parte en los trabajos construídos por el Estado, por la intervención del Cuerpo Legislativo, al que debemos suponer, en principio por lo menos, mucho más libre de las influencias extrañas que se teme puedan actuar en las resoluciones del Ejecutivo. Por otra parte, las mismas discusiones parlamentarias y por medio de la prensa pueden contribuir también al mayor esclarecimiento del problema que, de ese modo, es muy razonable suponer que sea tratado y resuelto con más estudio y con más antecedentes que aquellos de que pueden disponer las empresas particulares.

En tales condiciones, pues, no hay motivo alguno para que el Estado resuelva la cuestión con menos acierto que las referidas empresas, tan susceptibles de equivocarse como aquél.

Sin embargo, aun admitiendo la posibilidad de que en algunos casos predominen las influencias extrañas ó indebidas, y sean ellas las que induzcan al Gobierno á decretar la ejecución de una obra innecesaria, gravosa ó en condiciones onerosas, sería en todo caso un peligro que en manera alguna puede servir de fundamento bastante para negar al Estado una intervención conveniente en todos los casos é indispensable en muchos de ellos.

Pero prescindiendo por ahora de esta cuestión que será objeto de otra conferencia, y volviendo á la materia que constituye el objeto principal de este capítulo, como antes hemos dicho, para determinar cuándo una obra es realmente útil ó remuneratoria, se han indicado diferentes criterios que varían entre el que restringe excesivamente la intervención del Estado, equiparándolo por completo á las empresas particulares y estableciendo, en consecuencia, que un trabajo sólo será productivo para aquél cuando su rendimiento directo corresponda al interés del capital empleado, y el que quita á la intervención

del Estado todo límite definido, estableciendo que toda obra que sea ventajosa para el público, lo que es muy raro que no suceda, debe ser emprendida por el Estado, aun cuando no obtenga ningún rendimiento inmediato, ningún beneficio directo, tangible y fácilmente calculable. (Cawes, tomo II, pág. 359.)

No entraremos á ocuparnos detenidamente de todas esas soluciones, lo que nos obligaría á extendernos más de lo conveniente, y lo que es peor, sin mayor resultado práctico. Nos limitaremos por eso á ocuparnos de las que consideramos más dignas de estudio por ser de las que más celebridad y más aceptación han alcanzado en la ciencia, en cuyo caso están la de M. Dupuit, distinguido economista y célebre ingeniero Inspector General de la Administración de Puentes y Calzadas de Francia, y la que M. O. de Labry, ingeniero inspector también de la misma corporación, propuso en el seno de la Sociedad de Economía Política.

Daremos por sentado desde ya que al tratar de la medida de la utilidad de los trabajos públicos nos referimos principalmente á las vías de comunicación, en sus diferentes clases, que son los trabajos susceptibles de dar un movimiento directo é inmediato, pues la cuestión tiene que resolverse por principios distintos y especiales, tratándose de otra clase de obras que, ó pueden tener una importancia más bien moral que material, ó cuya utilidad no puede ser apreciada en términos numéricos, sino por consideraciones especiales en cada caso, como sucedería, por ejemplo, si se tratase de obras de defensa militar y de trabajos de salubrificación.

M. Dupuit parte del concepto económico de la *utilidad* y de la diferencia que existe entre el *valor en cambio* y *valor en uso,* resumiendo su doctrina en los siguientes términos:

Se entiende por riquezas las cosas que tienen la propiedad de satisfacer nuestros deseos, cualesquiera que ellos sean; esa propiedad de las riquezas se llama *utilidad.*

La utilidad puede ser más ó menos grande, y por consiguiente es una cantidad que puede tener por medida otra cantidad proporcional;

El sacrificio máximo que uno está dispuesto á hacer para procurarse una cosa que desea, ó el precio que nos induciría á prescindir de ella, puede servir de medida de la utilidad;

Ese sacrificio ó ese precio no tiene relación con el precio venal que se está obligado á pagar para procurarse el objeto que se desea;

La medida de la utilidad que se acaba de indicar es la medida de la utilidad absoluta. La utilidad relativa ó definitiva de un producto tiene por expresión la diferencia entre el sacrificio que el adquirente estaría dispuesto á hacer para procurárselo, y el precio de adquisición que está obligado á dar.

Por último, para conocer la utilidad de un objeto, de acuerdo con lo que queda expuesto, se puede adoptar el procedimiento siguiente: suponer aplicado á todos los productos semejantes un impuesto creciente por ligeras diferencias. A cada aumento de este impuesto desaparecerá del consumo cierta cantidad de objetos; esta cantidad multiplicada por la tasa del impuesto, dará su utilidad avaluada en dinero. Haciendo crecer el impuesto por ligeras diferencias hasta que no haya más consumidores, y agregando todos los productos parciales, se obtendrá la utilidad total del objeto considerado. ("Annales des ponts et chaussées", t. 28, p. 332 y t. 37, p. 205.)

Tales son las proposiciones que resumen la teoría á que nos referimos, y las cuales para su mejor inteligencia vamos á explicar brevemente, siguiendo las demostraciones que de ellas ha dado su distinguido autor.

Desde luego, no puede haber dificultad alguna en cuanto á que la utilidad es la propiedad que tienen las cosas, de servir para la satisfacción de nuestros deseos, y de que variando éstos según los individuos y en un mismo individuo según las diferentes aplicaciones que puede dar al objeto de que se trate, la utilidad, por consiguiente, es también algo variable, susceptible de más ó menos.

Siendo así, ¿cuál será el tipo de comparación, ó en otros términos, cuál será su medida?

El precio, ha dicho J. B. Say, es la medida de la utilidad que cada objeto tiene según el juicio de cada hombre, ó lo que es lo mismo, la medida de la satisfacción que ellos sacan de su consumo, porque nadie se resolvería á consumir esa utilidad, si por el precio que debiese abonar pudiese adquirir otra que les procurase mayor satisfacción.

Esto puede ser perfectamente exacto según el precio á que se haga referencia. Sabido es, en efecto, que los productos tienen dos valores: uno representado por el precio á que puede ser vendido por el productor para no trabajar á pérdida, y otro representado por el precio que el consumidor puede estar dispuesto á abonar; el primero es el que los economistas llaman valor *en*

cambio y tiene por base el costo de producción; el segundo se denomina valor *en uso*, y depende de la intensidad de los deseos del consumidor.

Esta distinción es aquí muy importante, porque es el valor *en uso* y no el valor *en cambio*, el que da la medida de la utilidad de un objeto.

El precio de venta para el productor puede ser *diez*, y sin embargo puede suceder que el precio que el consumidor está dispuesto á pagar sea solamente *cinco*. El precio *diez* necesario para el productor, no puede, por lo tanto, considerarse en ese caso como medida de la utilidad que el consumidor obtendría.

Supongamos ahora que se pagaba ese precio *diez*, el que por cualquier circunstancia se reduce de manera que el producto llega á venderse por *ocho*: ¿habrá disminuído por eso su utilidad? ¿procurará por eso menos satisfacción el que lo compra?

Lo mismo sucede con una obra pública: si se disminuye el precio de los transportes por una vía férrea, ó el peaje establecido por el uso de un puente ó camino, ninguna de esas obras pasará á ser por eso menos útil, sino que por el contrario, la sociedad reportará una ventaja tanto mayor cuanto menor sea el precio establecido para el uso de la obra.

Esto prueba que ni el precio *diez* pagado al productor, ni la suma pagada por el uso de la vía pueden tomarse como la expresión de la utilidad que obtienen en cada uno de esos casos el consumidor ó el público.

Por eso dice muy bien M. Dupuit: si el público paga 500 millones de francos por los servicios de los caminos, esto prueba solamente que su utilidad es de 500 millones *á lo menos*, pero ello puede ser cien mil veces más considerable. Tomar aquella cifra por medida y no como límite inferior de una cantidad cuya importancia exacta no se conoce, es lo mismo que si un individuo se pone á medir en la oscuridad la altura de un muro, y viendo que no puede alcanzar la cima con su brazo, dijese: este muro tiene dos metros, porque si no los tuviese, mi brazo habría pasado su altura. Como fácilmente se comprende, si hubiese dicho que tenía dos metros *á lo menos*, habría estado en lo cierto; pero afirmar que ésa es precisamente su altura, sería completamente equivocado y la realidad lo convencería luego de que, en vez de dos, era de diez ó veinte metros la elevación de la pared.

A la inversa: así como la disminución del precio no disminuye

la utilidad de un objeto, tampoco ésta aumentará porque á consecuencia de tal ó cual causa, dicho precio experimente una suba. Si á consecuencia de un impuesto, por ejemplo, un artículo que se vendía á *ocho* no puede venderse sino á *doce*, no será por eso más útil, ni el público tendrá más interés en procurárselo.

M. Dupuit hace á este respecto una observación muy oportuna, y es que, si el impuesto no aumenta en nada la utilidad de un producto, su existencia puede comprobar que dicha utilidad es superior á los gastos de producción. Si un objeto que antes se vendía á *diez* y que por efecto del impuesto no puede venderse sino á *quince*, y á pesar de eso el público lo sigue comprando, esto no prueba que su utilidad haya aumentado, pero sí demuestra que el consumidor encontraba en el dicho objeto una utilidad mayor que los *diez* que antes pagaba, y equivalente por lo menos á los *quince* que ahora abona, porque si no encontrase tal utilidad, habría dejado de comprarlo á ese último precio.

He aquí cómo pasan las cosas, dice el autor de la teoría que exponemos: muchos individuos desean comprar vino, por ejemplo; pero la necesidad que ellos sienten de ese artículo, es diferente para todos.

Así, para algunos, ricos, de posición holgada, tendrá tal utilidad, que ellos pagarían hasta tres pesos si fuese necesario; otros, menos ricos, no están dispuestos á pagar sino peso y medio; otros, menos acomodados, no pagarán más de un peso, y así sucesivamente. Los productores podrían vender el vino á diez reales, pero á consecuencia de un impuesto no pueden hacerlo sino á quince. ¿Qué sucederá? Todos los que atribuyen á la adquisición del vino un valor superior á esa suma, lo comprarán y realizarán una especie de beneficio variable según la importancia que tenga para cada uno el producto adquirido. Todos aquellos que sólo habrían comprado el vino si hubiese costado 10, 11, 12, 13 ó 14 reales, no lo comprarán: el impuesto les habrá impedido consumirlo; y los que sólo estuviesen dispuestos á pagar un precio inferior á diez, ésos ni aun sin el impuesto se habrían resuelto á comprarlo.

No habría, pues, sino una sola clase de individuos para la cual la utilidad sería invariablemente de diez reales: la de los productores del vino; cualquiera que fuese el impuesto, ellos no obtendrían nunca una utilidad superior; para los que compran, la utilidad es mayor de *quince;* para los que no lo compran sería menor.

Pero hay además otra circunstancia importante por sus conse-

cuencias prácticas, y es la de que los productos consumidos no sólo tienen una utilidad distinta para cada consumidor, como acaba de verse, sino que en un mismo individuo ella varía según las diferentes necesidades que satisface, como lo demuestra el hecho de que la cantidad consumida disminuye á medida que los precios aumentan, y puede verse también por el siguiente ejemplo que propone el autor á que nos estamos refiriendo.

Supóngase, dice, un pueblo en el cual por estar en una gran altura es muy costosa la distribución del agua, pagándose ésta á 50 francos anuales el hectolitro. No hay duda de que todo hectolitro comprado á ese precio tiene para el consumidor una utilidad de 50 francos por lo menos.

Si en virtud de una instalación hidráulica ese precio se reduce á 30 francos, el habitante que antes consumía un hectolitro continuará haciéndolo y obtendrá además un beneficio de 20 francos. Pero con la rebaja obtenida puede ser que se decida á aumentar el consumo, y en vez del único hectolitro que antes compraba para sn uso personal, compre ahora otro más, para otras necesidades menos importantes.

La utilidad de ese segundo hectolitro será menor de 50 francos, puesto que cuando estaba á ese precio no lo compraba, pero será de treinta francos por lo menos, puesto que ése es el precio que el consumidor consiente en pagar para obtenerlo.

Dicha utilidad estará, pues, comprendida entre treinta y cincuenta francos.

Supóngase ahora que por cualquiera circunstancia el precio se reduce luego á 20 francos, y que el consumidor en cuestión se resuelve entonces á comprar 4 hectolitros á fin de tener agua suficiente para lavar su casa todos los días. Habrá aumentado dos nuevos hectolitros que no los compraba á treinta francos, pero que los compra á veinte; de manera que su utilidad está comprendida entre veinte y treinta francos. Si la rebaja llega á diez francos, comprará diez hectolitros: habrá aumentado entonces seis hectolitros, que no los compraba á veinte, pero que los compra á diez, y cuya utilidad estará por lo tanto comprendida también entre esas dos sumas. A cinco francos podrá comprar 20 hectolitros: habrá entonces aumentado diez más, cuya utilidad estará entre diez y cinco francos; y si el costo del hectolitro se reduce á un franco, comprará cien para tener agua á discreción; es decir, que habrá aumentado el consumo en ochenta hectolitros que no compraba á

cinco francos, pero que los compra á uno, y cuya utilidad por consiguiente es menor que cinco é igual á uno por lo menos.

Tales son los diferentes grados de utilidad que tendrían en el caso propuesto los cien hectolitros consumidos por un mismo individuo, y de los cuales el primero tendría una utilidad de 50 francos por lo menos, y los últimos ochenta una utilidad entre uno y cinco.

Prueba de esto es que si á consecuencia de un impuesto ó de cualquiera otra causa aumentase en cuatro francos el precio del hectolitro, de manera que volviese á valer cinco francos en vez de uno, inmediatamente desaparecerían del consumo ochenta hectolitros, de modo que los cien que el consumidor compraba á un franco se verían reducidos á 20; un impuesto de nueve francos reduciría los veinte á diez, un impuesto de 19 francos reduciría esos diez á cuatro, otro de 29 los reduciría á dos, y por último, con un aumento de cuarenta y nueve francos el consumidor no compraría sino un hectolitro, y si al precio de cincuenta francos se aumentase todavía, se tendría entonces la utilidad de ese único hectolitro que el consumidor paga á 50 francos, pero que no sabemos si estaría dispuesto á comprar por un precio mayor.

Este ejemplo es concluyente y nos evita la necesidad de presentar otros análogos para demostrar que la utilidad de un objeto no sólo varía en cada consumidor, sino que es diferente también para cada una de las necesidades de un mismo individuo.

La consecuencia de todo esto es que el hombre paga más ó menos por un objeto, según sea mayor ó menor la utilidad que le atribuye, y que por consiguiente la utilidad para cada consumidor se mide por el precio que está dispuesto á dar en pago del artículo, ó en otros términos: *la economía política debe tomar por medida de la utilidad de un objeto el sacrificio máximo que cada consumidor. está dispuesto á hacer para procurárselo*, ó de otro modo, *por el precio ó impuesto mínimo que le haría desistir de comprarlo.*

Ésta que acabamos de indicar es la utilidad absoluta; evidentemente, si uno está dispuesto á dar 30 pesos por un objeto cualquiera ó un servicio, es porque encuentra en ellos una utilidad equivalente, ya sea que el objeto ó servicio lo reciba á título gratuito ó que tenga que pagar por ellos un precio igual al indicado ó menor, como de 20 pesos, por ejemplo.

Pero la situación del consumidor es muy distinta en cada uno de esos dos casos; en el primero, aquél aprovecha los treinta pe-

sos de utilidad absoluta, pero en el segundo para poder comprar dicho objeto por el precio de veinte pesos, ha tenido que imponerse una privación de ese mismo valor, sobre otra necesidad que podía haber atendido con esa suma; de manera que lo que en realidad gana es la diferencia de diez pesos, que existe entre la suma gastada y la de treinta pesos que estaba dispuesto á abonar por el objeto adquirido. Esa diferencia es lo que constituye la utilidad relativa para el consumidor; *la utilidad relativa ó definitiva de un producto tiene, pues, por expresión, la diferencia entre el sacrificio que el adquirente consentiría en hacer para procurárselo, y el precio de adquisición que está obligado á dar en cambio,* de donde resulta que todo lo que aumente el precio de compra, disminuye dicha utilidad, y que ésta aumenta en todo lo que el primero se reduzca.

Según estos antecedentes, veamos cuál es en la teoría que exponemos, la utilidad producida por una obra pública. Supongamos, dice Dupuit, que en una ciudad se consumen anualmente 10,000 toneladas de piedra en construcciones y reparaciones de edificios, siendo el costo de cada tonelada 20 francos. Se hace una nueva vía de comunicación, un canal, por ejemplo, que dé por resultado reducir el costo de la piedra á 15 francos. ¿Cuál será en ese caso la utilidad del canal? Será evidentemente la diferencia de cinco francos multiplicada por las 10,000 toneladas, ó sean 50,000 francos; ésta es en realidad la utilidad producida por la nueva obra.

Debemos hacer notar que el autor habla aquí de economía en el costo, y no como algunos han pretendido, de economía en el transporte; lo que sería muy distinto y conduciría á resultados tan opuestos como inexactos con respecto á la utilidad de la obra, como lo demuestra Dupuit por medio del siguiente ejemplo:

El precio de 20 francos que costaba la piedra antes de la construcción del canal, podía estar compuesto así:

Extracción, indemnizaciones, etc........	16	fr.
Transporte á pequeña distancia (cuatro leguas, p. ej.)......................	4	"
Total de gastos de producción.....	20	fr.

Aprovechando el canal puede tomarse la piedra en un paraje mucho más distante, pero cuya extracción sea más barata, y en ese caso componerse el precio del siguiente modo:

Extracción, etc.	2 fr.
Transporte á gran distancia (100 leguas, p. ej.)	13 "
Total........	15 fr.

En ese caso, por consiguiente, si se aplicase el criterio de la economía de transporte, resultaría que el canal, en vez de dar utilidad, daría 9 francos de pérdida en cada tonelada, lo que es manifiestamente un error.

Á la inversa, daría un cálculo exageradísimo de la ganancia obtenida, el criterio indicado por M. Navier, según el cual debe tomarse en cuenta no sólo el precio de transporte, sino también la distancia recorrida. Según eso, si el transporte costaba un franco por legua en la vía anteriormente usada, en cien leguas costaría evidentemente 100 francos; pero resulta que utilizando el canal sólo cuesta 13, es decir, 87 francos menos; luego ésa sería la utilidad obtenida, cuando en realidad, como hemos visto, es muchísimo, 19 veces menor.

Nos parece, pues, que el autor está en lo cierto al afirmar que la utilidad del canal debe medirse por la diferencia de costo y no de algunos de los elementos que lo forman, y que, por consiguiente, con relación á las 10,000 toneladas, ó en general, con respecto á los objetos que corresponden á los transportados antes de la obra, *la utilidad obtenida es igual á la diferencia de precio multiplicada por la cantidad antiguamente transportada.*

Pero probablemente la disminución de precio ocasionará un aumento de consumo, de manera que en vez de 10,000 toneladas lleguen á consumirse 30,000. Ahora bien, con respecto á esas 20,000 toneladas en que el consumo habría sido aumentado, ¿cuál sería la utilidad del canal? ¿sería también de 5 multiplicado por 20,000? Evidentemente no. Esa piedra nuevamente consumida no se compraba á 20 francos, se compra á 15, y es posible que algunos de los nuevos consumidores estuviesen dispuestos á pagarla á 16, 17, 18 hasta 19 francos, pero no á veinte, porque sino la habrían comprado cuando estaba á ese precio, lo que hemos visto que no sucedía. La utilidad de esa piedra no ha sido nunca, pues, de 20 francos, y por consiguiente esos nuevos consumidores no tendrán, como los primeros, cinco francos de beneficio en cada tonelada que compren á 15 francos. ¿Cuál será entonces la utilidad de esas

20,000 toneladas? Podría ser que 7,000 no llegasen á pagar más de 16 francos, y en tal caso la utilidad para ellas estaría entre *cero* y *uno;* 5,000 no pagarían tal vez más de 17 francos y su utilidad estaría, por consiguiente, comprendida entre uno y dos, y la podremos fijar en esta última cantidad; así siguiendo tendríamos:

7000	toneladas.....................	á 1 fr.	7000 fr.
5000	".....................	á 2 "	10000 "
4000	".....................	á 3 "	12000 "
3000	".....................	á 4 "	12000 "
1000	".....................	á 5 "	5000 "
20000			46000 fr.

De manera, pues, que la utilidad media de esas 20,000 toneladas sería de 2 fr. 30 cts. para cada una, en vez de los cinco francos que nos habría dado el cálculo basado sobre la disminución de los gastos de producción.

Si se agregan esos 46,000 francos á los 50,000 anteriormente obtenidos, tendríamos ya una utilidad de 96,000 francos.

Pero hay más, y es que como la facilidad de las comunicaciones favorece el desarrollo de la producción, será muy probable que al amparo de las ventajas ofrecidas por el canal se desarrollen nuevas industrias cuyos productos se transportarán por la nueva vía, contribuyendo así también á aumentar sus beneficios.

¿Cuál será la utilidad para esos nuevos productos? Diremos otra vez que ella no puede en manera alguna medirse por la diferencia entre lo que aquéllos cuestan y lo que costarían si el canal no existiera; este último costo tal vez nadie habría estado dispuesto á pagarlo y representaría por consiguiente una utilidad que nunca habría existido, desde que, como ya hemos dicho, no hay más utilidad que la que se consiente en pagar.

El medio, pues, de averiguar la utilidad de los nuevos productos, sería, como en el caso anterior, subir gradualmente el costo hasta llegar á la suma que haga cesar por completo el consumo.

De aquí que Dupuit formule la siguiente regla: con respecto á los nuevos productos transportados, como para los que han entrado á aumentar la cantidad de los anteriormente consumidos, la utilidad de la obra tiene por medida el impuesto más bajo ó el aumento mínimo que sería necesario establecer para impedir el

transporte por la nueva vía. Esta regla se aplica aun para el primer caso, es decir, á los primeros productos transportados, porque el impuesto que éstos podrían sufrir sería evidentemente igual á la disminución obtenida en los gastos de producción.

Por consiguiente, para calcular la utilidad de una obra que preste diferentes servicios, como, por ejemplo, diferentes clases de transportes, se calcula la utilidad correspondiente á cada una de ellas, se suman luego esos resultados y se obtiene así la utilidad total que se busca. Ahora, para averiguar la utilidad correspondiente á cada clase de transportes, se aumenta por pequeñas diferencias el precio de tarifa; de cuyo modo el número de aquéllos irá disminuyendo hasta desaparecer totalmente.

Ésta es la fórmula general que resume toda la teoría que venimos exponiendo.

Apliquémosla, por ejemplo, á un puente cuyo uso sea gratuito, y que dé, supongamos, 36,000 pasajes al año. Es posible que un impuesto ó un peaje de un centésimo redujese ese número en 9,000, que otro de 0.02 lo reduzca en 8,000, etc.; podríamos decir entonces que para esos nueve mil, la utilidad estaría comprendida entre cero y uno, sería dos para los ocho mil, y así siguiendo; de manera que podríamos formular entonces el cuadro siguiente:

9000	pasajes	á	$	0.01	produciría	una	utilidad	de	$	90
8000	“	“	“	0.02	“	“	“	“	“	160
7000	“	“	“	0.03	“	“	“	“	“	210
6000	“	“	“	0.04	“	“	“	“	“	240
5000	“	“	“	0.05	“	“	“	“	“	250
1000	“	“	“	0.06	“	“	“	“	“	60
36000									$	1010

1010 $ sería, pues, para la sociedad, la utilidad absoluta producida anualmente por el puente; la utilidad relativa se obtendría descontando los gastos de conservación y el interés del capital empleado. Si estas sumas igualan ó exceden á los 1010 $, no habrá utilidad positiva producida, y la diferencia indicaría por el contrario la pérdida sufrida.

Si el pasaje, en vez de ser gratuito, estuviese sujeto á un peaje de tres centésimos, por ejemplo, el cálculo se haría del mismo modo, y tendríamos entonces que los doce mil pasajes que habría á ese precio, se descompondrían así:

6000	que	sólo	pagarían	hasta	0.04	producirían	una	utilidad	de	$ 240
5000	"	"	"	"	0.05	"	"	"	"	" 250
1000	"	"	"	"	0.06	"	"	"	"	" 60
12000										550

La utilidad absoluta estaría, pues, representada por $ 550, que es lo que el público estaría dispuesto á pagar; el empresario percibiría el importe de 12,000 pasajes por 0.03, ó sea 360 $, y la sociedad habría perdido con relación al puente gratis, 460 $ correspondientes á los 24,000 pasajes disminuídos por el peaje establecido.

En ese caso, pues, la utilidad posible del puente se descompondría así:

Al empresario	$	360
" público 550 — 360	"	190
Pérdida de utilidad	"	460
		1010

La fórmula que se propone no sólo puede dar á conocer la utilidad total, suponiendo gratuito el uso como en el caso que antes hemos visto, sino que también puede dar á conocer lo que corresponde á cada precio de tarifa.

Para esto puede seguirse el procedimiento siguiente: se escriben en dos columnas separadas los precios de tarifa aumentados por ligeras diferencias y la cifra de los consumos ó transportes que á cada uno de ellos corresponde; en una tercera columna la disminución producida por cada precio de tarifa; multiplicando esa disminución por el precio de tarifa correspondiente se obtiene la utilidad parcial que corresponde á cada una de aquellas cantidades parciales también; la cual se escribe en una cuarta columna. Por último, se suman esas utilidades parciales, obteniéndose así la utilidad total de la obra que se escribe á la cabeza de una quinta columna, correspondiendo al peaje á precio cero, pues es la que da el uso gratuito; y se deducen sucesivamente de esa suma las utilidades parciales calculadas. Se obtendrá así la utilidad total que corresponda á cada precio de tarifa.

Apliquemos estos principios al puente de 36,000 pasajes de que antes hemos hablado. Según hemos dicho, un peaje de un centésimo disminuye aquella cantidad en 9,000, de manera que queda

reducida á 27,000: éste es el número que corresponde al peaje de un centésimo y por consiguiente se escribe al lado de éste en la segunda columna. Quedan afuera 9,000 pasajes que desaparecen, los cuales escribo en la tercera columna, y cuya utilidad, por lo que antes hemos dicho, estará comprendida entre cero y uno, y no será nunca mayor que esta última cifra; multiplicando ese número por el de los transportes que á él corresponden, se obtiene la utilidad parcial del puente para esos nueve mil transportes; utilidad que se anota en la cuarta columna. Repitiendo esa operación con respecto á los demás precios de tarifa, tendríamos el siguiente cuadro:

Tarifa	Transportes	Disminución en transportes	Utilidad parcial	Utilidad total
0	36 000			1010
1	27 000	9 000	90	920
2	19 000	8 000	160	760
3	12 000	7 000	210	550
4	6 000	6 000	240	310
5	1 000	5 000	250	60
6	0	1 000	60	0
		36 000	1 010	

De la observacién de este cuadro resulta que la utilidad máxima corresponde al uso gratuito de la obra y que aquélla va disminuyendo hasta desaparecer por completo á medida que aumenta el precio de tarifa. No querrá decir esto que la gratuidad es el régimen que debe imperar siempre, porque no es posible en la mayoría de los casos, pero sí muestra que las tarifas deben establecerse con arreglo á principios racionales que consulten á la vez la mayor utilidad del público y el rendimiento de los capitales invertidos en la construcción y conservación de la obra. Esos dos resultados, en efecto, no están sujetos á una misma ley, como puede verse fácilmente.

Tomemos otra vez el ejemplo del puente de los treinta y seis mil pasajes; aumentemos:

Tarifa	Frecuentación	Producto del peaje	Utilidad correspondiente á la tarifa
0	36 000	$ 0	$ 10 100
0 10	27 000	2 700	9 200
0 20	19 000	3 800	7 600
0 30	12 000	3 600	5 500
0 40	6 000	2 400	3 100
0 50	1 000	500	600
0 60	0	0	0

Como se ve, el máximum de utilidad para el público corresponde á la tarifa *cero* y va disminuyendo á medida que aumenta el precio del transporte; pero el producto del peaje no disminuye en la misma proporción, sino que al contrario aumenta hasta cierto punto, que en el presente caso es el de la tarifa 0.20, para disminuir luego hasta desaparecer por completo con la tarifa 0.60.

Lo que demuestra que no siempre lo que es más útil para el público es también lo más provechoso para la empresa, y de donde se sigue también otro principio que nos interesa consignar, á saber: que siendo el interés de una empresa particular el de sacar el mayor rendimiento posible, adoptaría en el caso propuesto la tarifa 0.20, mientras que si la obra estuviese á cargo del Estado, como á éste no le guía ningún interés comercial, le bastaría con un peaje que cubriese el interés del capital empleado y los gastos de conservación, aunque no le produjese ese peaje el mayor rendimiento posible.

Ejemplo: si la obra en cuestión ha costado 15,000 $ al Estado, le bastaría con la tarifa 0.10, cuyo producto anual de 2,700 $ excede al interés anual del capital empleado, calculado aquél á 10 por ciento, con más todavía otros mil pesos para amortización y gastos de conservación y explotación.

De manera que comparadas la explotación por el Estado y por una empresa particular, darían el resultado siguiente:

Designación	Utilidad	Frecuentación	Peaje
Explotación por el Estado..	9 200	27 000	2 700
Explotación por una empresa particular..............	7 600	19 000	3 800
Diferencia........	1 600	8 000	1 100

Se ve por esas diferencias que la empresa cobraría 1,100 $ más que el Estado, y aunque se diga que ésto sólo importaría un cambio de distribución, porque esa suma si la pierde el público la ganan los empresarios ó accionistas, no podrá desconocerse que tal aumento de precio, lejos de corresponder á un servicio mayor, corresponde á uno muchísimo menor, pues que la frecuentación se reduce de 27 á 19,000 transportes, y la utilidad prestada por la obra disminuye también en 1,600, lo que representa una pérdida positiva para el público,

La diferencia sería todavía más notable si, en vez de suponer que el Estado establece una tarifa que le produzca el interés de 10 °/₀, hubiésemos supuesto una tarifa aun menor, lo que hubiésemos podido hacer perfectamente, porque, como luego veremos, el Estado, á diferencia de las empresas particulares, no necesita sacar de la explotación de la obra una utilidad directa equivalente al interés del capital empleado, y no lo necesita, porque además de esa utilidad directa, percibe otra indirecta por medio de los impuestos, lo que no sucede tratándose de una empresa particular.

Resulta del ejemplo propuesto y otros análogos que podrían presentarse, que considerado desde ese punto de vista, la explotación por el Estado presenta en muchos casos una ventaja indiscutible sobre la explotación por empresas particulares; — lo cual afirmamos sin perjuicio de otras razones que después veremos, y que hacen que á pesar de todo, sea preferible muchas veces el segundo de esos dos sistemas; y resulta en segundo lugar justificada la intervención del Estado en la confección de las tarifas impuestas por las empresas particulares, para el uso y aprovechamiento de las obras públicas que ellas construyen.

Dupuit ha hecho importantes aplicaciones de todos estos principios á la organización de las tarifas y á los sistemas de peajes; no pudiendo entrar nosotros en esos desarrollos, nos limitaremos á indicar que pueden verse en el tomo 37 de los *Anales de puentes y calzadas*.

Como habrá podido verse, toda la teoría que dejamos expuesta descansa en la ley de consumo, ó sea la ley de frecuentación, es decir, en la cantidad de transportes que corresponde á cada precio de tarifa; dato un tanto difícil de obtener y de calcular para una obra futura; de donde resulta una seria dificultad para la aplicación práctica de la fórmula que se propone.

No obstante, á este respecto observa Dupuit, y no sin bastante razón, que son las conjeturas sobre la ley del consumo y sobre los medios de obligar al consumidor á pagar la utilidad de los productos, los dos puntos sobre que giran todas las especulaciones comerciales. Si la ley del consumo, agrega, fuese perfectamente conocida; si las condiciones de venta ó de explotación de un monopolio fuesen fijas y precisas, esas especulaciones no presentarían sino problemas perfectamente determinados, que el más simple cálculo resolvería. Mientras que con la incertidumbre en que se encuentra el productor, la solución depende á la vez de la sagacidad que le hace prever las necesidades de los consumidores y de la imaginación que le sugiere los medios de obtener de ellos el mayor sacrificio posible.

Pero esta cuestión de la utilidad de los trabajos públicos tiene otra faz, que en la generalidad de los casos es la que más interesa conocer, porque en realidad, toda obra destinada al uso del público, algún servicio le presta: será más ó menos importante, pero siempre será alguno; por consiguiente, lo que más puede interesar es saber, no si la obra es útil para el público que ha de usarla, sino para quien la costea, ó en otros términos, saber en qué condiciones una obra puede ser suficientemente útil ó remuneratoria para el que la construye, ya sea éste el Estado ó una empresa particular.

Es así como ha encarado la cuestión M. de Labry; y bien que la utilidad que una obra puede reportar á la empresa constructora ó la Administración en su caso, depende de la que obtenga el público, sin embargo para calcular la primera en los términos más ó menos aproximados en que únicamente es posible hacerlo, pueden bastar ciertos datos que pueden apreciarse ó conseguirse más fá-

cilmente que los relativos á la ley de frecuentación indispensables, como antes hemos visto, para calcular la utilidad del público según la fórmula de Dupuit. Así, por ejemplo, para saber cuál es el beneficio anual que puede obtener una empresa concesionaria de un puente, bastará tener presente el número de pasajes ó de bultos transportados durante el año, sin tener en cuenta para nada la utilidad que en cada caso hayan obtenido los particulares; y como se comprende, el primero de esos datos es mucho más fácil de obtener ó de calcular que el segundo.

El problema se simplifica así considerablemente, desde que se puede prescindir de la utilidad relativa, que es completamente independiente del rendimiento que la obra puede producir al que la ha construído, ya sea éste el Estado ó una empresa particular. En este último caso, dicho rendimiento es proporcional á los transportes; y si es el Estado el constructor, el provecho indirecto que puede obtener por medio del impuesto, mediante el aumento de producción y de consumo á que la obra puede dar ocasión, es también independiente de la utilidad relativa y proporcional al aumento de riqueza y de movimiento que se produzca.

El método seguido habitualmente por los ingenieros para avaluar la utilidad de una vía futura, dice M. de Labry ("Journal des Economistes", año 1875, pág. 302), es el siguiente: por medio de todos los datos y antecedentes que pueden obtener tratan de determinar primero cuál ha sido el tráfico habido durante los últimos años entre los dos extremos y los puntos intermedios de la vía proyectada, y cuál ha sido el costo de esos transportes. Calculan en seguida la economía que se obtendrá por el costo menor que con la vía proyectada tendrán esos mismos transportes; y como, por otra parte, el número de éstos aumentará con la diferencia de precio, multiplican esta diferencia por aquel aumento, y obtienen con esos dos resultados la avaluación de la *utilidad directa* de la obra.

Ese aumento probable en la circulación puede calcularse lo mismo que la *utilidad indirecta,* que consiste en el aumento de producción, de circulación y de consumo que se desarrollarán al amparo de las facilidades de que dispondrá el público con la obra proyectada. Dicha utilidad se aprecia más ó menos por comparación, esto es, estudiando los efectos causados en otros casos ó en otros países por trabajos análogos, teniendo no obstante en cuenta todas las circunstancias que puedan modificar los

resultados de esa comparación ó las avaluaciones en el caso que se considera. Esas dos utilidades, la *directa* y la *indirecta,* forman la *utilidad general* que tendrá para el público la obra proyectada.

¿Pero cuál será la utilidad, ó en otros términos, cuándo la obra será suficientemente remuneratoria para el que la paga?

Dos autores muy justamente estimados, dice M. de Labry, el ingeniero Fabier y el economista J. B. Say, han resuelto esta cuestión diciendo que, del punto de vista financiero, el Estado hace un negocio provechoso construyendo una obra que ha de producir al público una utilidad general igual al interés corriente del capital empleado.

Esta opinión tiene forzosamente que ser rechazada, porque siendo la renta del Estado muy inferior á la utilidad percibida por el público, se sigue que si es éste el que obtiene un provecho igual al interés del capital invertido en la obra, el que percibirá en ese caso el Estado tiene también que ser mucho menor, y en tales condiciones la operación tiene necesariamente que ser ruinosa para él. Es lo que con toda razón indica M. de Labry en la siguiente observación que hace con relación á la Francia: anualmente, dice, el conjunto de la producción del país, que se puede considerar como el valor aproximativo del beneficio total del público, es de veintiséis mil millones más ó menos; las entradas del presupuesto que forman la renta del Estado sólo importan al rededor de dos mil seiscientos millones. Por consiguiente, si, lo que es imposible, el Estado afectase anualmente esos dos mil seiscientos millones á reducir otro tanto los gastos de la industria de transportes, el público aprovecharía esas reducciones, pero el Estado no tendría cómo hacer frente á los otros servicios.

La consecuencia que de aquí surge, es la de que una obra será remuneratoria cuando produzca el interés corriente, no *al que la usa,* sino al que *la construye,* y que por lo tanto el criterio indicado por los señores Fabier y J. B. Say es completamente inadmisible.

Resuelto ese primer punto, para llegar á la solución completa del problema, es necesario saber cómo puede calcularse el rendimiento futuro que la obra proyectada ha de producir al que la costea.

Para calcular ese interés, ante todo, es necesario distinguir si el que construye es una empresa particular ó si es la Administración. En el primer caso, para que la empresa obtenga el interés deseado, que puede ser de seis por ciento, por ejemplo, es nece-

sario que el público obtenga una utilidad superior, pues se comprende en efecto que aquél no tendría motivo alguno para servirse de la nueva obra, si la ventaja que ésta le proporcionase fuera totalmente absorbida por el empresario. Por consiguiente, la empresa tendrá tantas más probabilidades de obtener dicho seis por ciento cuantas más haya de que la utilidad percibida por el público sea superior á esa cantidad. Por lo que respecta á esa utilidad, ya hemos expuesto los medios indicados para calcularla, y en cuanto á la de la empresa se apreciaría por el rendimiento directo de la obra.

Cuando es la Administración la que construye, las condiciones del problema varían un tanto, porque en este caso, en efecto, la Administración puede percibir directamente un interés menor del corriente y hasta no percibir ninguno, si el uso de la obra es gratuito, lo que muy frecuentemente sucede, y sin embargo, la operación puede muy bien no dejar por eso de dar los más buenos resultados del punto de vista financiero; y esto se explica perfectamente, porque el Estado, á diferencia de una empresa particular, participa de la *utilidad indirecta* de la obra, mediante el aumento que ella ocasiona en el rendimiento de los impuestos.

En el caso, pues, de que el uso de la obra sea gratuito, ella será remuneradora siempre que produzca un aumento en el rendimiento del impuesto igual al interés corriente del capital empleado; ¿y cómo podrá apreciarse ese aumento? por la proporción que existe entre el rendimiento de la producción nacional y la renta del Estado. Así, por ejemplo, si la primera da diez millones de pesos y la segunda importa un millón, tendremos que en ese caso el Estado percibe por medio del impuesto un décimo de lo que gana el público; de donde resulta que para que la obra proyectada produzca al Estado seis por ciento de utilidad, será necesario que el público obtenga una utilidad diez veces mayor, ó sea de sesenta por ciento.

Sin duda alguna, esa utilidad podrá ser muy subida y hasta improbable en muchos casos, pero eso no será nunca un motivo para concluir que la obra no ha de ser suficientemente remuneratoria para el Estado, porque éste además del provecho que tenga mediante el aumento en el producto de los impuestos, puede tener también el procedente del peaje, que en muchísimos casos le será dado establecer sin perjudicar mayormente la utilidad pública de la obra.

Tales son las dos teorías que hemos creído más del caso exponer, no sólo por la celebridad de sus autores, sino también porque indudablemente son las que han dado una fórmula más exacta para la solución del problema á que se refieren, en cuanto puede caber la exactitud en esta cuestión tan fundamental como destinada á ser siempre inaccesible al terreno de las soluciones fijas y precisas.

La importancia capital que el problema encierra, creemos que justifica plenamente el que le hayamos dedicado el presente capítulo; y si bien una solución precisa y absoluta es prácticamente imposible, como ya lo ha expresado el mismo señor Dupuit, esa circunstancia, lejos de hacer menos útil, hace más necesario el conocimiento de las reglas y principios generales que le sirven de base. Son ellas las únicas que pueden enseñar á sacar partido de lo que se sabe para aprender lo que no se sabe, indicar lo que falta, y por consecuencia proporcionar el medio de buscarlo y de encontrarlo si es posible, ó de suplirlo si no lo es.

Documentos oficiales

Secretaría de la Universidad.

Llámase á concurso de oposición para proveer la regencia del Aula de Geometría Analítica de la Facultad de Matemáticas.

Las solicitudes de los señores aspirantes se recibirán en esta Secretaría hasta el 10 de Febrero del año próximo entrante.

El acto de las oposiciones tendrá lugar en la segunda quincena del propio mes.

Montevideo, Junio 23 de 1894.

Azarola,
Secretario General.

Secretaría de la Universidad.

Llámase á concurso de oposición para proveer la regencia del Aula de Patología Interna de la Facultad de Medicina.

Las solicitudes de los señores aspirantes se admitirán en esta Secretaría hasta el 15 de Noviembre del corriente año.

Las oposiciones tendrán lugar en la Facultad de Medicina en la segunda quincena del propio mes.

Montevideo, Julio 3 de 1894.

Azarola,
Secretario General.

Secretaría de la Universidad.

El Consejo de Enseñanza Secundaria y Superior, con aprobación del Poder Ejecutivo de la República, ha sancionado la siguiente resolución, como parte integrante de las prescripciones universitarias vigentes:

En los cursos que no puedan seguirse libremente será permitida la inscripción con multa hasta un mes después del día fijado oficialmente para la apertura de las clases, cargándoseles á los que se matriculen en estas condiciones un número de faltas igual al de días en que haya funcionado el aula de que se trate, con más cuatro faltas, si la clase es alternada, y ocho, si es diaria.

Esta resolución será aplicada respecto de los cursos del presente año.

Lo que se hace saber á sus efectos.

Montevideo, Marzo 14 de 1894.

Azarola,
Secretario General.

Secretaría de la Universidad.

Se hace saber á los señores estudiantes que se preparan para cursar las asignaturas que comprende el primer año de las carreras que se estudian en la Facultad de Matemáticas, que el Consejo de Enseñanza Secundaria y Superior ha sancionado la siguiente resolución:

Se adopta provisoriamente como Programa para el examen de Ingreso de la Facultad de Matemáticas, el de Ampliación que rige en la Sección de Enseñanza Secundaria respecto de los estudiantes que se preparan para ingresar en la Facultad de Matemáticas.

Montevideo, Septiembre 8 de 1894.

Azarola,
Secretario General.
